



TUGAS AKHIR – SF 091321

**PENGARUH PEMILIHAN POTENSIAL LISTRIK
BATAS PADA PENDEKATAN POLAR UNTUK
SISTEM GEOMETRI KARTESIAN**

**A. NASHIRUDDIN ALBANY
1108 100 701**

**Dosen Pembimbing
M. Arief Bustomi, M.Si**

**JURUSAN FISIKA
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2014**



FINAL PROJECT – SF 091321

**THE EFFECT OF SELECTION OF ELECTRICAL
BOUNDARY POTENTIAL ON THE POLAR
APPROACH FOR CARTESIAN GEOMETRY
SYSTEM**

**A. NASHIRUDDIN ALBANY
1108 100 701**

**Supervisor
M. Arief Bustomi, M.Si**

**DEPARTMENT OF PHYSICS
Faculty of Mathematics and Natural Sciences
Sepuluh Nopember Institute of Technology
Surabaya 2014**

PENGARUH PEMILIHAN POTENSIAL LISTRIK BATAS PADA PENDEKATAN POLAR UNTUK SISTEM GEOMETRI KARTESIAN

Nama Mahasiswa : A. NASHIRUDDIN ALBANY
NRP : 1108 100 701
Jurusan : FISIKA FMIPA-ITS
Dosen Pembimbing : M. ARIEF BUSTOMI, M.Si.

Abstrak

Potensial listrik sistem geometri kartesian dapat dianalisa dengan pendekatan koordinat polar. Ada berbagai faktor yang menentukan dalam pendekatan ini. Beberapa penelitian tentang faktor-faktor ini telah dilakukan, yaitu faktor jumlah titik sampel potensial listrik, faktor jumlah suku fourier, dan faktor jari-jari lingkaran syarat batas. Dalam penelitian ini, faktor yang diteliti adalah pengaruh pemilihan potensial listrik. Potensial listrik tersebut berupa sebuah fungsi. Fungsi-fungsi yang digunakan adalah fungsi konstan, fungsi linier, fungsi kuadrat, dan fungsi periodik. Ada beberapa tahap yang harus dilakukan yaitu perhitungan analitik dalam koordinat kartesian, kemudian perhitungan pada pendekatan polar, lalu dilakukan perbandingan antara keduanya dengan menghitung selisihnya. Dari penelitian ini dapat disimpulkan bahwa pendekatan polar cukup baik digunakan untuk menghitung potensial listrik sistem geometri kartesian karena selisihnya mendekati nol. Untuk potensial listrik fungsi konstan nilai selisihnya adalah 0,0003, fungsi linier selisihnya adalah 0,0028, fungsi kuadrat 0,0173, dan fungsi periodik nilai selisihnya adalah 0,0415.

Kata kunci: *Potensial listrik, pendekatan polar, sistem geometri kartesian, variasi fungsi potensial listrik batas.*

THE EFFECT OF SELECTION OF ELECTRICAL BOUNDARY POTENTIAL ON THE POLAR APPROACH FOR CARTESIAN GEOMETRY SYSTEM

Name : A. NASHIRUDDIN ALBANY
NRP : 1108 100 701
Departement : PHYSICS FMIPA-ITS
Supervisor : M. ARIEF BUSTOMI, M.Si.

Abstract

Electric potential cartesian geometry systems can be analyzed with polar coordinates approach. There are various factors that determine the approach. Several research of these factors has been done, there are the number of sample points factor, the number of Fourier series factor, and the radius of the circle factor. In this research, the factor that studied is the electric potential selection. The electric potential is the function. The functions are the constant functions, linear functions, quadratic functions, and periodic functions. Several steps that must be done, there are analytic calculations in cartesian coordinates, the calculation of the polar approach, and do a comparison between the two by calculating the difference. From this research can be concluded that the polar approach used to calculate the electric potential cartesian geometry system is fairly well because the difference is close to zero. The difference of the electric potential constant function is 0.0003, the difference of linear function is 0.0028, for quadratic function is 0.0173, and the difference for a periodic function is 0.0415.

Keywords: *Electrical potential, the polar approach, cartesian geometry system, electrical boundary potential variation function.*

LEMBAR PENGESAHAN

PENGARUH PEMILIHAN POTENSIAL LISTRIK BATAS PADA PENDEKATAN POLAR UNTUK SISTEM GEOMETRI KARTESIAN

TUGAS AKHIR

Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada

Bidang Studi Optoelektronika Program Studi S-1
Jurusan Fisika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh:

A. NASHIRUDDIN ALBANY

1108100701

Disetujui Oleh Pembimbing Tugas Akhir:

M. Arief Bustomi, M.Si



SURABAYA

Juli 2014

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, puji syukur hanya ke hadirat Allah SWT atas segala rahmat dan nikmat-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penyusunan Laporan Tugas Akhir ini. Shalawat serta salam selalu tercurahkan atas baginda Rasulullah SAW juga keluarga dan sahabat-sahabatnya.

Ucapan terima kasih penulis sampaikan kepada M. Arief Bustomi, M.Si selaku dosen wali sekaligus dosen pembimbing dalam penyusunan proposal ini; DR.Yono Hadi Pramono, M.Eng selaku Ketua Jurusan Fisika FMIPA ITS dan juga selaku penguji; Heru Sukanto dan Drs. Bachtera Indarto selaku dosen penguji, dan seluruh dosen dan staf karyawan Jurusan Fisika; Orang tua dan adik penulis yang telah memberikan dukungan baik secara material maupun spiritual berupa doa yang dipanjatkan setiap sholat, sehingga membantu penulis dalam penyelesaian Tugas Akhir; Teman-teman penulis yang tidak dapat disebutkan satu persatu, yang telah memberikan motivasi kepada penulis; Pihak Kementerian Agama Republik Indonesia yang telah memberikan beasiswa kepada penulis sehingga mampu melaksanakan studi di kampus ITS ini; Para kiai dan guru-guru Pondok Pesantren Wali Songo Ponorogo; Juga ucapan terima kasih kepada berbagai pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu yang telah menginspirasi dan turut mendukung.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan Laporan Tugas Akhir ini masih banyak terdapat kekurangan sehingga kritik dan saran yang bersifat membangun sangat penulis harapkan untuk hasil terbaik. Akhir kata penulis berharap semoga Laporan Tugas Akhir ini dapat memberikan manfaat bagi semua pihak, baik penulis sendiri, maupun semua yang mungkin terinspirasi.

Surabaya, Juli 2014

Penulis

DAFTAR ISI

Halaman Judul	i
Title Page.....	ii
Lembar Pengesahan	iii
Abstrak	iv
Abstract	v
KATA PENGANTAR	vi
DAFTAR ISI	vii
DAFTAR GAMBAR	ix
DAFTAR TABEL	x
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Batasan Masalah	2
1.4 Tujuan	2
1.5 Manfaat	2
1.6 Judul Tugas Akhir	3
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Persamaan Laplace	5
2.2 Metode Separasi Variabel Koordinat Kartesian	6
2.3 Metode Separasi Variabel Koordinat Silinder	7
2.4 Deret Fourier	10
2.5 Integrasi Numerik	11
BAB III METODE PENELITIAN	15
3.1 Studi Pustaka	16
3.2 Identifikasi Permasalahan	16
3.3 Perencanaan Penelitian	16
3.4 Pembuatan Program	16
3.5 Perhitungan dengan Koordinat Kartesian	16
3.6 Perhitungan dengan Pendekatan Polar	17
3.7 Perbandingan Kedua Cara	17
3.8 Menganalisa Data	17
3.9 Variasi Potensial Listrik	17
3.10 Membuat Kesimpulan	17

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	19
4.1 Perhitungan Potensial Listrik dalam Koordinat Kartesian	19
4.1.1 Peninjauan Potensial Listrik Fungsi Konstan	20
4.1.2 Peninjauan Potensial Listrik Fungsi Linier	23
4.1.3 Peninjauan Potensial Listrik Fungsi Kuadrat	25
4.1.4 Peninjauan Potensial Listrik Fungsi Periodik ...	27
4.2 Perumusan Umum Potensial Listrik Berdasarkan Syarat Batas Pendekatan Polar	29
4.3 Analisa Data	35
4.3.1 Nilai Potensial Pendekatan Polar untuk Fungsi Konstan	35
4.3.2 Nilai Potensial Pendekatan Polar untuk Fungsi Linier	36
4.3.3 Nilai Potensial Pendekatan Polar untuk Fungsi Kuadrat	37
4.3.4 Nilai Potensial Pendekatan Polar untuk Fungsi Periodik	39
4.4 Analisa Perbandingan Perhitungan Koordinat Kartesian (V_{cir}) dan Pendekatan Polar (V_e)	40
4.4.1 Perbandingan V_{cir} & V_e untuk Fungsi Konstan	40
4.4.2 Perbandingan V_{cir} & V_e untuk Fungsi Linier ..	41
4.4.3 Perbandingan V_{cir} & V_e untuk Fungsi Kuadrat	41
4.4.4 Perbandingan V_{cir} & V_e untuk Fungsi Periodik	42
4.5 Pembahasan	43
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN	45
5.1 Kesimpulan	45
5.2 Saran	45
DAFTAR PUSTAKA	47
LAMPIRAN A PROGRAM MATLAB	49
LAMPIRAN B TABEL	81
LAMPIRAN C PERHITUNGAN	89
BIODATA PENULIS	109

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1. Syarat batas separasi variabel koordinat kartesian	7
Gambar 2.2 Kaidah Trapesoida	12
Gambar 2.3 Kaidah Trapesoida Gabungan.....	13
Gambar 3.1 Diagram alir penelitian	15
Gambar 4.1 Potensial listrik dalam koordinat kartesian	19
Gambar 4.2 Potensial listrik ditinjau dari sisi (a). atas, (b). kanan, (c). bawah, (d). kiri	20
Gambar 4.3 Grafik $V(\theta)$ dari hasil perhitungan analitik potensial listrik fungsi konstan pada koordinat kartesian	22
Gambar 4.4 Grafik $V(\theta)$ dari hasil perhitungan analitik potensial listrik fungsi linier pada koordinat kartesian	24
Gambar 4.5 Grafik $V(\theta)$ dari hasil perhitungan analitik potensial listrik fungsi kuadrat pada koordinat kartesian	26
Gambar 4.6 Grafik $V(\theta)$ dari hasil perhitungan analitik potensial listrik fungsi periodik pada koordinat kartesian	28
Gambar 4.7 Syarat batas untuk pendekatan polar	29
Gambar 4.8 Grafik Potensial $V(\theta)$ pada Permukaan Polar Dua Dimensi untuk Fungsi Konstan	31
Gambar 4.9 Grafik Potensial $V(\theta)$ pada Permukaan Polar Dua Dimensi untuk Fungsi Linier	31
Gambar 4.10 Grafik Potensial $V(\theta)$ pada Permukaan Polar Dua Dimensi untuk Fungsi Kuadrat	32
Gambar 4.11 Grafik Potensial $V(\theta)$ pada Permukaan Polar Dua Dimensi untuk Fungsi Periodik	32
Gambar 4.12 Grafik perbandingan antara V_{cir} dan V_e fungsi konstan	40
Gambar 4.13 Grafik perbandingan antara V_{cir} dan V_e fungsi linier	41
Gambar 4.14 Grafik perbandingan antara V_{cir} dan V_e fungsi kuadrat	42
Gambar 4.15 Grafik perbandingan antara V_{cir} dan V_e fungsi periodik	43
Gambar 4.16 Grafik selisih potensial	44

DAFTAR TABEL

Tabel 4.1 Nilai V_e untuk fungsi konstan	36
Tabel 4.2 Nilai V_e untuk fungsi linier	37
Tabel 4.3 Nilai V_e untuk fungsi kuadrat	38
Tabel 4.4 Nilai V_e untuk fungsi periodik	39
Tabel B.1 Nilai V pada perhitungan koordinat kartesian	81
Tabel B.1 Perbandingan V_{cir} dan V_e untuk fungsi konstan	82
Tabel B.2 Perbandingan V_{cir} dan V_e untuk fungsi linier	84
Tabel B.3 Perbandingan V_{cir} dan V_e untuk fungsi kuadrat	85
Tabel B.5 Perbandingan V_{cir} dan V_e untuk fungsi periodik	87

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Sistem geometri campuran merupakan sebuah topik yang menarik untuk diteliti. Sebagai langkah awal pengembangan metode analisa untuk sistem dengan bentuk geometri campuran adalah mencoba mengembangkan suatu metode analisa untuk suatu sistem dengan bentuk geometri tertentu menggunakan sistem koordinat lain yang tidak sesuai dengan geometrinya.

Penelitian mengenai penggunaan sistem koordinat yang tidak sesuai dengan bentuk geometrinya ini sebelumnya pernah dilakukan. Salah satunya adalah penggunaan pendekatan koordinat polar untuk menghitung potensial listrik sistem geometri kartesian.

Salah satu penelitian memvariasikan jumlah titik yang digunakan dalam koordinat tersebut. Sehingga diketahui bahwa semakin banyak titik yang dipakai maka nilai selisih potensial pendekatan polar dan nilai potensial koordinat kartesian semakin besar (Amalia, 2010). Sementara itu, untuk variasi jumlah suku Fourier menunjukkan bahwa semakin banyak suku yang digunakan maka selisih antara potensial listrik koordinat polar dan koordinat kartesian akan mendekati suatu titik tertentu (Islamiyah, 2010). Sedangkan pada variasi jari-jari lingkaran diketahui bahwa besar jari-jari lingkaran berpengaruh pada analisa perhitungan potensial listrik sistem geometri kartesian dengan pendekatan polar (Tama, 2012). Semua penelitian tersebut mengungkapkan bahwa pendekatan polar cukup baik digunakan untuk menghitung persoalan potensial listrik sistem geometri kartesian karena selisih antara koordinat kartesian dan polar mendekati nol.

Seluruh penelitian yang telah dilakukan tersebut menggunakan potensial listrik fungsi konstan. Sehingga perlu

diteliti lebih lanjut mengenai pemilihan potensial listrik untuk berbagai fungsi yang lain.

1.2 Rumusan Masalah

Perumusan masalah dari penelitian ini adalah bagaimana mengembangkan sebuah metode analisa untuk sebuah sistem geometri kartesian menggunakan sistem koordinat polar? Kemudian bagaimanakah pengaruh pemilihan potensial listrik batas pada analisa pendekatan polar untuk sistem geometri kartesian?

1.3 Batasan Masalah

Penelitian ini menggunakan batasan masalah sebagai berikut ini:

1. Sistem yang dipelajari adalah dua dimensi dalam koordinat kartesian.
2. Pendekatan polarnya hanya sampai $n=3$
3. Hanya diteliti pengaruh pemilihan potensial listrik batas pada analisa pendekatan polar.

1.4 Tujuan

Tujuan dari penelitian Tugas Akhir ini adalah:

1. Untuk menguji apakah transformasi syarat batas dari kartesian ke polar untuk sistem dengan geometri kartesian akan menghasilkan solusi dalam koordinat polar yang sama dengan solusinya dengan koordinat kartesian.
2. Mempelajari bagaimana pengaruh pemilihan potensial listrik batas pada analisa pendekatan polar.

1.5 Manfaat

Dari hasil Tugas Akhir ini diharapkan dapat diketahui bagaimana pengaruh perubahan potensial listrik pada hasil analisa pendekatan polar suatu sistem geometri kartesian. Secara lebih umum, dari hasil Tugas Akhir ini diharapkan dapat diketahui

seberapa baik hasil analisa perhitungan menggunakan pendekatan polar untuk sistem geometri kartesian

1.6 Judul Tugas Akhir

Judul Tugas Akhir ini adalah *Pengaruh Pemilihan Potensial Listrik Batas pada Pendekatan Polar untuk Sistem Geometri Kartesian.*





BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Persamaan Laplace

Dalam persoalan listrik statik tertentu yang melibatkan penghantar, ternyata seluruh muatan terdapat pada permukaan penghantar atau dalam bentuk muatan titik yang tetap. Dalam hal ini ρ di sebagian besar titik dalam ruang sama dengan nol. Sementara di tempat yang rapat muatannya nol, persamaan Poisson memiliki bentuk yang lebih sederhana, yaitu;

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (2.1)$$

Persamaan ini dikenal sebagai *persamaan Laplace*.

Misal terdapat N buah penghantar dengan potensial pada harga $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$. Persoalannya tertuju pada potensial di semua titik dalam ruang di luar penghantar tersebut. Hal ini dapat diselesaikan dengan mencari pemecahan persamaan Laplace yang berubah nilainya menjadi $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$ pada permukaan penghantar yang sesuai.

Penyelesaian persamaan Laplace seperti itu mungkin bersifat tunggal, yaitu tidak ada penyelesaian untuk persamaan Laplace yang memenuhi syarat batas yang sama. Penyelesaian yang diperoleh dengan cara ini tidak dapat diterapkan untuk bagian dalam dari penghantar, karena penghantar memiliki muatan permukaan, yang berarti bahwa ada ketidakmalaran dalam gradien ϕ pada permukaan penghantar. Namun, terlihat bahwa bagian dalam dari setiap penghantar merupakan daerah yang memiliki potensial tetap sehingga persoalannya telah tuntas.

Untuk menyelesaikan persamaan Laplace dengan lebih rinci digunakan dua cara. Cara yang pertama adalah cara untuk menggabungkan penyelesaian umum persamaan (2.1), dari penyelesaian khusus dalam sistem koordinat yang ditentukan oleh

kesimetrian persoalan itu. Sedangkan cara yang kedua adalah cara santiran. (Reitz, 1993)

2.2 Metode Separasi Variabel Koordinat Kartesian

Metode pemisahan variabel dimulai dengan memperkenalkan variabel $V(x, y) = X(x) \cdot Y(y)$. Variabel ini disubstitusikan ke persamaan Laplace (persamaan 2.1) kemudian dibagi dengan $V(x, y)$ sehingga menghasilkan:

$$\frac{1}{X(x)} \frac{d^2 X}{dx^2} + \frac{1}{Y(y)} \frac{d^2 Y}{dy^2} = 0 \quad (2.2)$$

Karena persamaan ini harus sama dengan nol untuk semua nilai x dan y maka kedua sukunya bisa disamakan dengan konstanta,

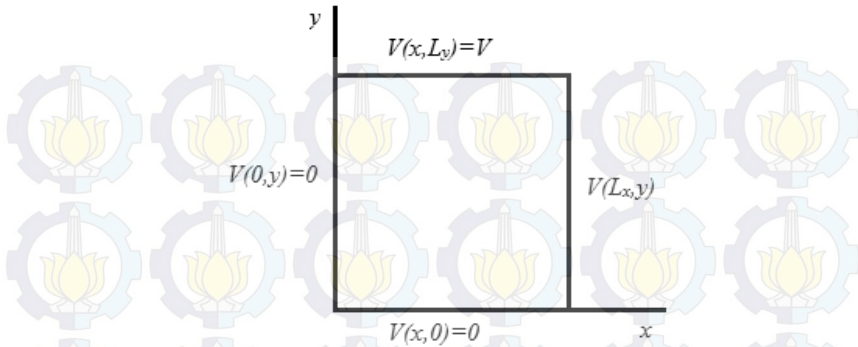
$$\begin{aligned} \frac{1}{X(x)} \frac{d^2 X}{dx^2} &= -k^2 \\ \frac{1}{Y(y)} \frac{d^2 Y}{dy^2} &= k^2 \end{aligned} \quad (2.3)$$

di mana k adalah konstanta separasi variabel. Akibatnya persamaan di atas hanya suatu persamaan differensial biasa yang mempunyai persamaan analitik:

$$\begin{aligned} X(x) &= C_s \sin(kx) + C_c \cos(kx) \\ X(x) &= C'_s \sinh(ky) + C'_c \cosh(ky) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Konstanta C dapat dicari apabila syarat batas diberikan. Misalnya;

$$\begin{aligned} V(x, y = 0) &= V(x = 0, y) = V(x = L_x, y) = 0 \\ V(x, y = L_y) &= V_0 \end{aligned} \quad (2.5)$$



Gambar 2.1 Syarat batas separasi variabel koordinat kartesian

Maka syarat ini hanya dipenuhi jika $C_c = 0$ dan $C'_c = 0$. Kemudian pada $x = L_x$ akan terpenuhi apabila $k = n \cdot \pi / L_x$. Oleh karena itu, penyelesaian persamaan Laplace adalah gelombang superposisi:

$$V(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin \frac{n\pi x}{L_x} \sinh \frac{n\pi y}{L_x} \quad (2.6)$$

Koefisien C_n dapat diperoleh dengan memasukkan nilai syarat batas pada $y = L_y$. (Sadiku, 2001)

2.3 Metode Separasi Variabel Koordinat Silinder

Selanjutnya, untuk masalah nilai batas di dalam sifat dasar bentuk geometri silinder, di mana potensial adalah suatu fungsi lebih dari satu koordinat. Potensial-potensial tersebut dianggap sebagai suatu fungsi dari ρ dan ϕ saja. Seperti timbul potensial-potensial di dalam keadaan di mana ada suatu simetri sepanjang sumbu z . Dalam daerah meniadakan batas beban, potensial memenuhi persamaan:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} = 0 \quad (2.7)$$

Metode separasi variabel di atas digunakan untuk menyelesaikan potensial dalam koordinat silinder. Φ merupakan hasil dari 2 fungsi, $\Phi = R(\rho)Y(\phi)$, dan jika disubstitusikan ke persamaan (2.8) menjadi:

$$\frac{R}{\rho} \frac{d}{d\rho} \left(\rho \frac{dR}{d\rho} \right) = - \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{d\phi^2} \quad (2.8)$$

Kedua sisi dari persamaan (2.8) akan disamakan ke K^2 , yang mana K merupakan konstanta separasi variabel.

$$\frac{d^2 Y}{d\phi^2} + K^2 Y = 0 \quad (2.9)$$

Memiliki solusi $\cos(K\phi)$ dan $\sin(K\phi)$. Besaran dari K harus dibatasi dalam orde tertentu untuk membuat solusi ini memiliki nilai fungsi dari ϕ . Dalam kata lain, solusi untuk membuat pengertian fisiknya seharusnya sama setelah diputar 2π , atau

$$\begin{aligned} \cos K(\phi + 2\pi) &= \cos(K\phi) \\ \sin K(\phi + 2\pi) &= \sin(K\phi) \end{aligned} \quad (2.10)$$

di mana menghendaki bahwa $K = n$, dan n adalah nol atau suatu bilangan positif. Memasukkan bilangan negatif tidak akan menghasilkan dalam mengabaikan beberapa solusi yang mungkin, karena $\cos(-n\phi) = \cos(n\phi)$ dan $\sin(-n\phi) = -\sin(n\phi)$. Suatu sifat penting dari solusi ini adalah kenyataan bahwa \sin dan \cos ortogonal:

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \cos(m\phi) \cos(n\phi) d\phi &= \int_0^{2\pi} \sin(m\phi) \sin(n\phi) d\phi \\ &= \pi \delta_{mn} \end{aligned}$$

$$\int_0^{2\pi} \sin(m\phi) \cos(n\phi) d\phi = 0 \quad (2.11)$$

di mana δ_{mn} adalah *delta kronecker*.

Ketergantungan radial dari potensial selanjutnya dapat diperoleh. Pengaturan sisi sebelah kiri persamaan (2.8) menyamakan $K^2 = n^2$, didapatkan:

$$\frac{d}{d\rho} + \left(\rho \frac{dR}{d\rho} \right) - \frac{n^2 R}{\rho} = 0 \quad (2.12)$$

Untuk $n = 0$, potensial memenuhi persamaan yang sama ditemukan dalam kasus di mana potensial tidak memiliki ketergantungan anguler, yaitu:

$$\frac{d}{d\rho} + \left(\rho \frac{dR}{d\rho} \right) = 0 \quad (2.13)$$

di mana memiliki solusi $R(\rho) = \text{konstan}$ dan $R(\rho) = \ln \rho$. Untuk $n \neq 0$ persamaan memiliki dua solusi, yaitu ρ^n dan ρ^{-n} . Oleh karena itu, solusi yang paling umum adalah:

$$\Phi(\rho, \theta) = A_0 + A'_0 \ln \rho + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n(\rho^n + \rho^{-n}) \cos n\theta + B_n(\rho^n + \rho^{-n}) \sin n\theta]$$

$$\Phi(\rho, \theta) = A_0 + A'_0 \ln \rho + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos n\theta + B_n \sin n\theta] \rho^n +$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} [A'_n \cos n\theta + B'_n \sin n\theta] \rho^{-n} \quad (2.14)$$

di mana A_n, A'_n, B_n, B'_n untuk $n \geq 0$, adalah konstanta untuk nilai dari syarat batas. (Amalia, 2010)

2.4 Deret Fourier

Teorema Fourier menyatakan bahwa fungsi bernilai tunggal $f(x)$ pada selang $[-\pi, \pi]$ dapat diungkapkan sebagai kombinasi linier dari fungsi sinus dan cosinus.

$$\begin{aligned} f(x) &= a_0 + a_1 \cos x + a_2 \cos 2x + \dots + a_n \cos nx + \\ &\quad b_1 \sin x + b_2 \sin 2x + \dots + b_n \sin nx \\ &= a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{L} + b_n \sin \frac{n\pi x}{L} \right) \end{aligned} \quad (2.15)$$

dengan koefisien,

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$$

$$a_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx$$

$$b_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx \quad (2.16)$$

secara ringkas dapat ditulis,

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos kx \, dx \\ b_k &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin kx \, dx \end{aligned} \quad (2.17)$$

Deret persamaan (2.15) disebut “deret Fourier” dan bilangan-bilangan $a_0, a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n$ disebut sebagai “koefisien-koefisien Fourier dari f ”. (Anton, 2005)

2.5 Integrasi Numerik

Integral suatu fungsi, $f(x)$, yang dievaluasi dari a hingga b dapat dinyatakan oleh persamaan berikut ini

$$I = \int_a^b f(x) \, dx \quad (2.18)$$

Ada beberapa pendekatan numerik dalam memecahkan masalah integral, di antaranya adalah kaidah *Trapezoida*, kaidah *Simpson*, kaidah *Composite-Simpson*, kaidah *Adaptive Quadrature*, dan kaidah *Gaussian Quadrature*.

Di sini akan dibahas mengenai kaidah *Trapezoida* (kaidah *Trapesoida*) yang merupakan metode paling dasar dalam memecahkan masalah integral. Kaidah *Trapesoida* dirumuskan sebagai berikut:

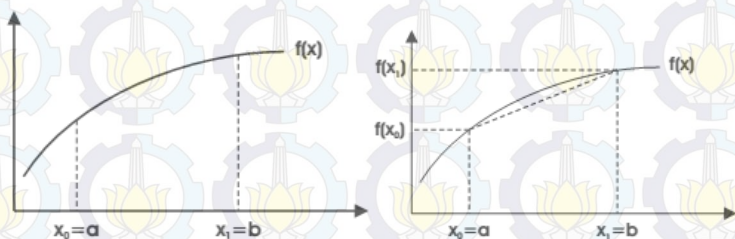
$$\int_a^b f(x) \, dx = \frac{h}{2} [f(x_0) + f(x_1)] - \frac{h^3}{12} f''(\xi) \quad (2.19)$$

di mana $x_0 = a, x_1 = b$ dan $h = b - a$. Akan tetapi, suku yang

terakhir pada ruas kanan di mana terdapat faktor turunan ke-2, f'' , seringkali diabaikan dengan tujuan agar persamaan (2.19) menjadi lebih sederhana. Sehingga persamaannya menjadi;

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{h}{2} [f(x_0) + f(x_1)] \quad (2.20)$$

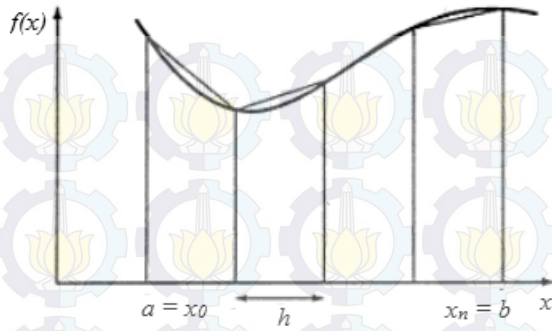
Persamaan (2.21) dikenal sebagai *kaidah trapesoida*.



Gambar 2.2 Kaidah Trapesoida

Gambar 2.2 di atas menunjukkan prinsip kaidah Trapesoida dalam bentuk grafik. Gambar sebelah kiri menunjukkan kurva fungsi $f(x)$, dengan batas bawah integral adalah a dan batas atas b . Gambar sebelah kanan menunjukkan kaidah Trapesoida, menghitung integral dengan cara menghitung luas area integrasi sama dengan luas trapesium di bawah kurva $f(x)$ dalam batas-batas a dan b . (Suparno, 2007)

Bila selang $[a,b]$ dibagi atas n buah trapesium, kaidah integrasi yang diperoleh adalah kaidah trapesoida gabungan (*composite trapezoidal's rule*) seperti yang terlihat pada Gambar 2.3.



Gambar 2.3 Kaidah Trapesoida Gabungan

Persamaan untuk kaidah trapesoida gabungan adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \int_a^b f(x) dx &= \int_{x_0}^{x_1} f(x) dx + \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx + \cdots + \int_{x_{n-1}}^{x_n} f(x) dx \\
 &= \frac{h}{2} [f(x_0) + f(x_1)] + \frac{h}{2} [f(x_1) + f(x_2)] + \cdots \\
 &\quad + \frac{h}{2} [f(x_{n-1}) + f(x_n)] \\
 &= \frac{h}{2} [f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \cdots + 2f(x_{n-1}) \\
 &\quad + 2f(x_n)] \\
 &= \frac{h}{2} (f_0 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f_i + f_n) \tag{2.21}
 \end{aligned}$$

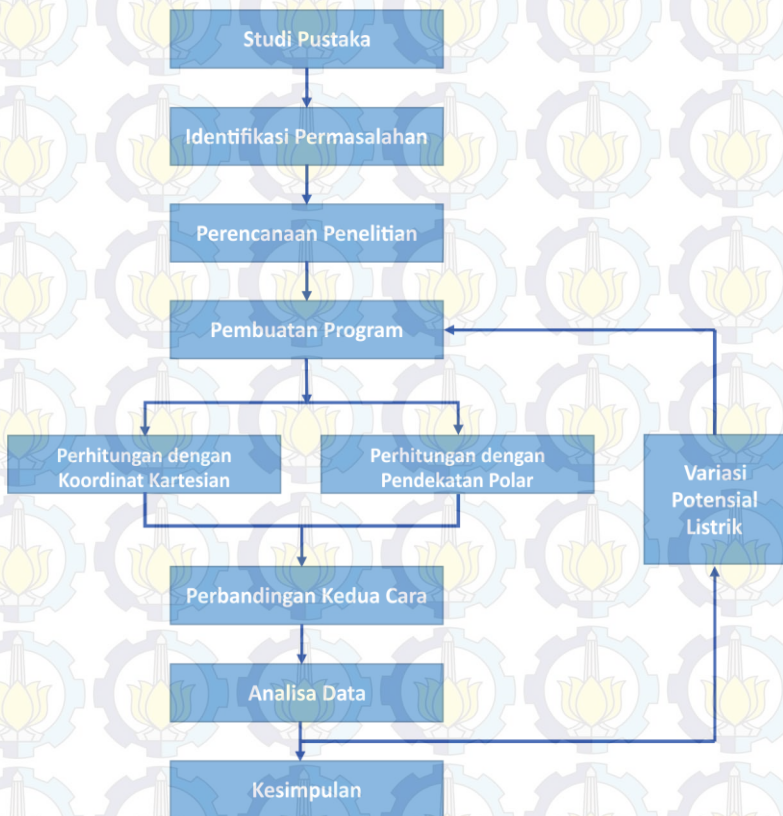
Persamaan (2.21) adalah bentuk umum dari kaidah trapesoida yang dikenal dengan nama kaidah trapesoida gabungan. (Balagurusamy, 1999)



BAB III

METODE PENELITIAN

Pada bab ini akan dijelaskan mengenai tahap/langkah pengerjaan tugas akhir sehingga dapat terselesaikan dengan baik dan sistematis. Gambar 3.1 berikut ini menunjukkan diagram alir (*flowchart*) metode penelitian tugas akhir ini.



Gambar 3.1 Diagram alir penelitian

Berikut ini adalah penjelasan dari langkah-langkah pada diagram alir di atas:

3.1 Studi Pustaka

Pengumpulan, dan materi atau topik yang akan diangkat dalam tugas akhir ini. Materi-materi didapat dari buku/jurnal baik cetak maupun elektronik.

3.2 Identifikasi Permasalahan

Pada langkah ini, dilakukan identifikasi dan penelaahan permasalahan yang terkait dengan potensial listrik batas. Di mana pada penelitian sebelumnya pernah diteliti mengenai potensial listrik batas untuk sistem geometri kartesian yang dianalisa menggunakan pendekatan polar namun hanya menggunakan fungsi konstan saja.

3.3 Perencanaan Penelitian

Pada tahap perencanaan penelitian ini dilakukan pemilihan sistem geometri kartesian yang akan diteliti, pemilihan berbagai fungsi potensial listrik yang akan diberikan pada batas sistem kartesian, pemilihan data-data yang akan diambil untuk dianalisa, dan pemilihan metode analisa yang akan digunakan.

3.4 Pembuatan Program

Pada tahap ini, dilakukan pembuatan program-program di perangkat lunak (*software*) MATLAB yang merupakan sebuah perangkat untuk menganalisa secara numerik permasalahan-permasalahan matematis. Program-program yang ditulis pada perangkat lunak tersebut diawali dari program untuk menghitung menggunakan koordinat kartesian sampai dengan menghitung pendekatan polarnya. Program-program ini dapat dilihat pada Lampiran A.

3.5 Perhitungan dengan Koordinat Kartesian

Setelah pembuatan program, kemudian dilakukan perhitungan potensial listrik dengan koordinat kartesian menggunakan program yang telah dibuat. Hasil dari perhitungan ini nanti dibandingkan dengan perhitungan pendekatan polar.

3.6 Perhitungan dengan Pendekatan Polar

Tahap ini merupakan tahapan yang terpisah dari perhitungan dengan sistem koordinat kartesian. Pada tahap ini dihitung pendekatan polarnya menggunakan program yang telah dibuat. Sebelum menghitung pendekatan polar, maka harus ditentukan syarat batasnya terlebih dahulu.

3.7 Pembandingan Kedua Cara

Setelah diperoleh nilai potensial listrik dari kedua cara, kemudian dilakukan pembandingan antara koordinat kartesian dengan pendekatan polarnya. Pembandingan ini dilakukan dengan cara menghitung selisih untuk masing-masing sudut pada kedua cara.

3.8 Menganalisa Data

Data yang telah dihasilkan dari pembandingan kedua cara kemudian dianalisa dan dihitung rata-ratanya. Pada tahap ini dapat diketahui bagaimana hasil pendekatan polar sistem geometri kartesian yang telah dilakukan.

3.9 Variasi Potensial Listrik

Setelah itu dilakukan variasi potensial listrik dengan fungsi-fungsi yang lain. Kemudian dilakukan langkah-langkah seperti pada 3.3 – 3.8.

3.10 Membuat Kesimpulan

Setelah seluruh langkah dikerjakan, kemudian disimpulkan bagaimana pengaruh pemilihan potensial listrik syarat batas pada hasil pendekatan polar sistem geometri kartesian.

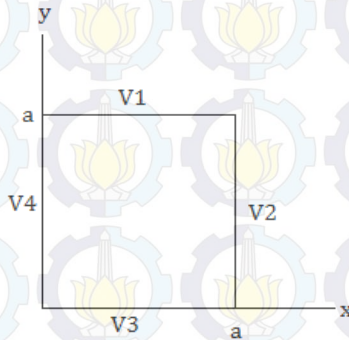


BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Perhitungan Potensial Listrik dalam Koordinat Kartesian

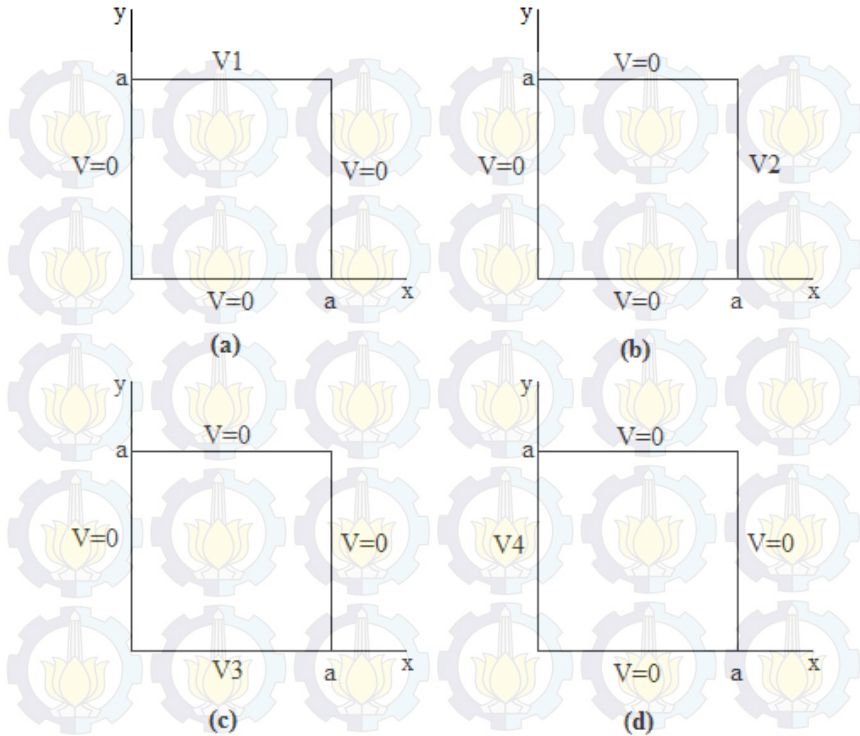
Pada kasus potensial listrik yang akan dihitung secara analitik dalam koordinat kartesian ini, potensial listrik dimisalkan memiliki panjang $x = a$ dan $y = a$ dengan potensial listrik V pada setiap sisinya yaitu V_1 pada sisi atas, V_2 pada sisi samping kanan, V_3 pada sisi bawah, dan V_4 pada sisi samping kiri (lihat Gambar 4.1).



Gambar 4.1 Potensial listrik dalam koordinat kartesian

Persamaan potensial listrik yang akan dibahas adalah peninjauan untuk sisi atas dengan nilai V menggunakan fungsi konstan, fungsi linier, fungsi kuadrat, dan fungsi periodik. Rata-rata keempat fungsi tersebut adalah 1 dan panjang $a = 1$.

Perumusan persamaan potensial dengan peninjauan pada sisi atas nilai $V_1 = 1$, sisi kanan $V_2 = 2$, sisi bawah $V_3 = 3$, dan sisi kiri $V_4 = 4$. Untuk penghitungan masing-masing sisi, maka sisi lainnya dianggap nol. Jadi, jika V_1 yang ditinjau, maka V_2 , V_3 , dan V_4 dianggap nol (lihat Gambar 4.2).



Gambar 4.2 Potensial listrik ditinjau dari sisi (a). atas, (b). kanan, (c). bawah, (d). kiri

Berikutnya akan diuraikan peninjauan potensial listrik dari masing-masing sisi serta masing-masing fungsi.

4.1.1 Peninjauan Potensial Listrik Fungsi Konstan

Persamaan potensial listrik dapat diperoleh dengan menurunkan persamaan (2.6). Pada fungsi konstan nilai fungsi potensial listrik yang digunakan adalah $V(x) = 1$. Sehingga dapat diperoleh persamaan potensial listrik fungsi konstan sebagai berikut:

○ Sisi atas

$$\Phi_{kons1}(x, y) = \sum_{n=1,3,3,...} \frac{4 \times 1}{n\pi \sinh n\pi} \sin n\pi x \sinh n\pi y \quad (4.1)$$

○ Sisi kanan

$$\Phi_{kons2}(x, y) = \sum_{n=1,3,3,...} \frac{4 \times 2}{n\pi \sinh n\pi} \sinh n\pi x \sin n\pi y \quad (4.2)$$

○ Sisi bawah

$$\Phi_{kons3}(x, y) = \sum_{n=1,3,3,...} \frac{4 \times 3}{n\pi \sinh n\pi} \sin n\pi x \sinh n\pi(1 - y) \quad (4.3)$$

○ Sisi kiri

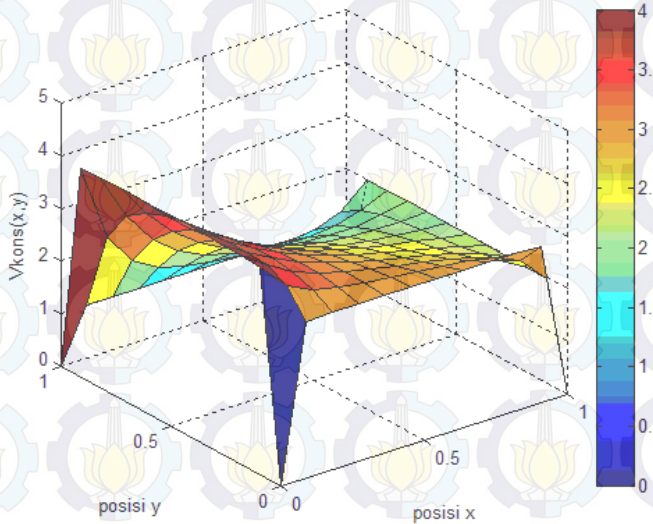
$$\Phi_{kons4}(x, y) = \sum_{n=1,3,3,...} \frac{4 \times 4}{n\pi \sinh n\pi} \sinh n\pi(1 - x) \sin n\pi y \quad (4.4)$$

Pada persamaan-persamaan potensial listrik tersebut – yaitu persamaan (4.1), (4.2), (4.3), dan (4.4), nilai a sudah diberikan yaitu $a = 1$. Perhitungan selengkapnya dapat dilihat pada lampiran C-1a, C-1b, C-1c, dan C-1d.

Setelah diketahui persamaan potensial listrik fungsi konstan untuk masing-masing sisi, selanjutnya adalah penghitungan potensial sistem yang merupakan superposisi dari keempat potensial tersebut yaitu;

$$\Phi_{kons}(x, y) = \Phi_{kons1}(x, y) + \Phi_{kons2}(x, y) + \Phi_{kons3}(x, y) + \Phi_{kons4}(x, y) \quad (4.5)$$

Kemudian keempat persamaan – yaitu, persamaan (4.1), (4.2), (4.3), dan (4.3) dibuat programnya di perangkat lunak MATLAB (lampiran A-1a, A-2a, A-3a, A-4a, dan A-5a). Sehingga didapatkan grafik dari $V(\theta)$ pada potensial di koordinat kartesian seperti pada Gambar 4.3.



Gambar 4.3 Grafik $V(\theta)$ dari hasil perhitungan analitik potensial listrik fungsi konstan pada koordinat kartesian

Gambar 4.3 di atas menunjukkan nilai potensial listrik pada bagian tepi memiliki nilai V terkecil yaitu 1 volt dan V terbesar yaitu 4 volt, di mana masing-masing tepi yaitu V_1 memiliki nilai 1 volt, V_2 adalah 2 volt, V_3 adalah 3 volt, dan V_4 adalah 4 volt.

4.1.2 Peninjauan Potensial Listrik Fungsi Linier

Sama seperti pada fungsi konstan, persamaan potensial listrik dapat diperoleh juga dengan menurunkan persamaan (2.6). Pada fungsi linier nilai fungsi potensial listrik yang digunakan adalah $V(x) = 2x$. Untuk menghitung salah satu sisi, maka potensial listrik untuk sisi yang lain dianggap nol. Sehingga dapat diperoleh persamaan potensial listrik fungsi linier sebagai berikut:

○ Sisi atas

$$\Phi_{lin1}(x, y) = \sum_{n=1,2,3,\dots} \frac{-4n\pi(-1^n) \times 1}{n^2\pi^2 \sinh n\pi} \sin n\pi x \sinh n\pi y \quad (4.6)$$

○ Sisi kanan

$$\Phi_{lin2}(x, y) = \sum_{n=1,2,3,\dots} \frac{-4n\pi(-1^n) \times 2}{n^2\pi^2 \sinh n\pi} \sinh n\pi x \sin n\pi y \quad (4.7)$$

○ Sisi bawah

$$\Phi_{lin3}(x, y) = \sum_{n=1,2,3,\dots} \frac{-4n\pi(-1^n) \times 3}{n^2\pi^2 \sinh n\pi} \sinh n\pi x \sin n\pi(1 - y) \quad (4.8)$$

○ Sisi kiri

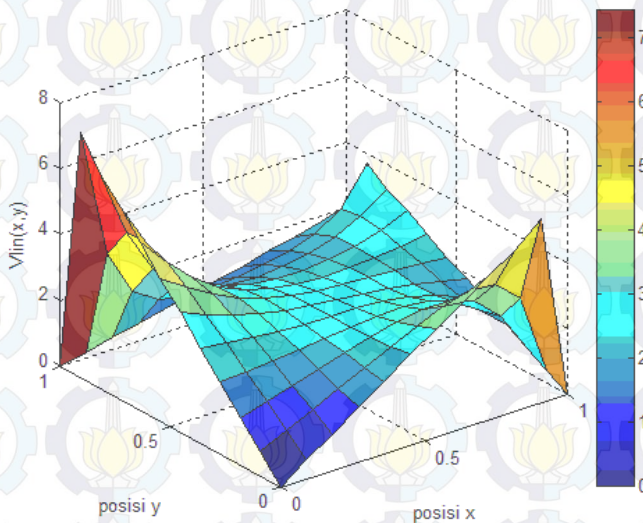
$$\Phi_{lin4}(x, y) = \sum_{n=1,2,3,\dots} \frac{-4n\pi(-1^n) \times 4}{n^2\pi^2 \sinh n\pi} \sinh n\pi(1 - x) \sin n\pi y \quad (4.9)$$

Pada persamaan-persamaan potensial listrik tersebut – yaitu persamaan (4.6), (4.7), (4.8), dan (4.9), nilai a sudah diberikan yaitu $a = 1$. Perhitungan selengkapnya dapat dilihat pada lampiran C-2a, C-2b, C-2c, dan C-2d.

Setelah diketahui persamaan potensial listrik fungsi linier untuk masing-masing sisi, selanjutnya adalah penghitungan potensial sistem yang merupakan superposisi dari keempat potensial tersebut yaitu;

$$\begin{aligned} \Phi_{lin}(x,y) = & \Phi_{lin1}(x,y) + \Phi_{lin2}(x,y) + \Phi_{lin3}(x,y) \\ & + \Phi_{lin4}(x,y) \end{aligned} \quad (4.10)$$

Kemudian keempat persamaan potensial listrik fungsi linier tersebut dibuat programnya di perangkat lunak MATLAB (lampiran A-1b, A-2b, A-3b, A-4b, dan A-5b). Sehingga didapatkan grafik dari $V(\theta)$ pada potensial di koordinat kartesian seperti pada Gambar 4.4.



Gambar 4.4 Grafik $V(\theta)$ dari hasil perhitungan analitik potensial listrik fungsi linier pada koordinat kartesian

4.1.3 Peninjauan Potensial listrik Fungsi Kuadrat

Pada fungsi kuadrat nilai fungsi potensial listrik yang digunakan adalah $V(x) = -6x^2 + 6x$. Seperti halnya penghitungan pada fungsi konstan dan linier, maka persamaan potensial listrik fungsi kuadrat dapat diperoleh sebagai berikut:

○ Sisi atas

$$\Phi_{kuad1}(x, y) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{48 \times 1}{n^3 \pi^3 \sinh n\pi} \sin n\pi x \sinh n\pi y \quad (4.11)$$

○ Sisi kanan

$$\Phi_{kuad2}(x, y) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{48 \times 2}{n^3 \pi^3 \sinh n\pi} \sinh n\pi x \sin n\pi y \quad (4.12)$$

○ Sisi bawah

$$\Phi_{kuad3}(x, y) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{48 \times 3}{n^3 \pi^3 \sinh n\pi} \sin n\pi x \sinh n\pi(1 - y) \quad (4.13)$$

○ Sisi kiri

$$\Phi_{kuad4}(x, y) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{48 \times 4}{n^3 \pi^3 \sinh n\pi} \sinh n\pi(1 - x) \sin n\pi y \quad (4.14)$$

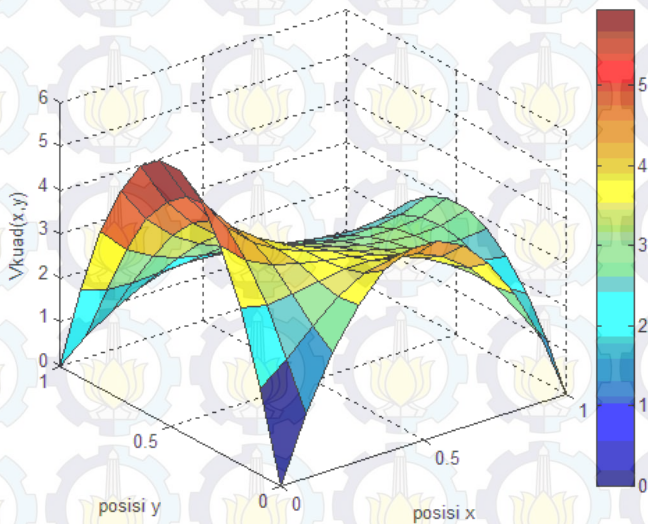
Perhitungan selengkapnya dapat dilihat pada lampiran C-3a, C-3b, C-3c, dan C-3d

Setelah diketahui persamaan potensial listrik fungsi kuadrat untuk masing-masing sisi, selanjutnya adalah

penghitungan potensial sistem yang merupakan superposisi dari keempat potensial tersebut yaitu;

$$\Phi_{kuad}(x,y) = \Phi_{kuad1}(x,y) + \Phi_{kuad2}(x,y) + \Phi_{kuad3}(x,y) + \Phi_{kuad4}(x,y) \quad (4.15)$$

Kemudian keempat persamaan potensial listrik fungsi linier –yaitu persamaan (4.11), (4.12), (4.13), dan (4.14) dibuat programnya di perangkat lunak MATLAB (lampiran A-1c, A-2c, A-3c, A-4c, dan A-5c). Sehingga didapatkan grafik dari $V(\theta)$ pada potensial di koordinat kartesian seperti pada Gambar 4.5.



Gambar 4.5 Grafik $V(\theta)$ dari hasil perhitungan analitik potensial listrik fungsi kuadrat pada koordinat kartesian

4.1.4 Peninjauan Potensial Listrik Fungsi Periodik

Pada fungsi periodik nilai fungsi potensial listrik yang digunakan adalah $V(x) = (3/2)\pi \cos 3\pi x$. Dari perhitungan yang telah dilakukan dapat diperoleh persamaan potensial listrik fungsi konstan sebagai berikut:

○ Sisi atas

$$\Phi_{period1}(x, y) = \sum_{n=0,2,4,\dots}^{\infty} \frac{-6n \times 1}{(9 - n^2)\pi \sinh n\pi} \sin n\pi x \sinh n\pi y \quad (4.16)$$

○ Sisi kanan

$$\Phi_{period2}(x, y) = \sum_{n=0,2,4,\dots}^{\infty} \frac{-6n \times 2}{(9 - n^2)\pi \sinh n\pi} \sinh n\pi x \sin n\pi y \quad (4.17)$$

○ Sisi bawah

$$\Phi_{period3}(x, y) = \sum_{n=0,2,4,\dots}^{\infty} \frac{-6n \times 3}{(9 - n^2)\pi \sinh n\pi} \sin n\pi x \sinh n\pi(1 - y) \quad (4.18)$$

○ Sisi kiri

$$\Phi_{period4}(x, y) = \sum_{n=0,2,4,\dots}^{\infty} \frac{-6n \times 4}{(9 - n^2)\pi \sinh n\pi} \sinh n\pi(1 - x) \sin n\pi y \quad (4.19)$$

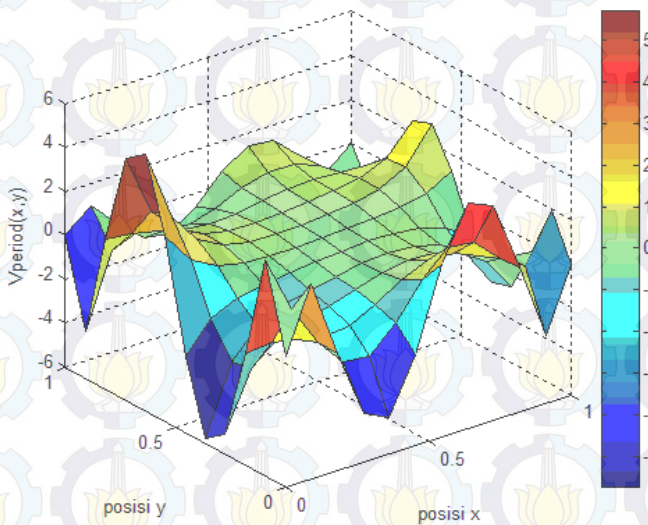
Perhitungan selengkapnya dapat dilihat pada lampiran C-4a, C-4b, C-4c, dan C-4d

Setelah diketahui persamaan potensial listrik fungsi periodik untuk masing-masing sisi, selanjutnya adalah

penghitungan potensial sistem yang merupakan superposisi dari keempat potensial tersebut yaitu;

$$\Phi_{period}(x,y) = \Phi_{period1}(x,y) + \Phi_{period2}(x,y) + \Phi_{period3}(x,y) + \Phi_{period4}(x,y) \quad (4.20)$$

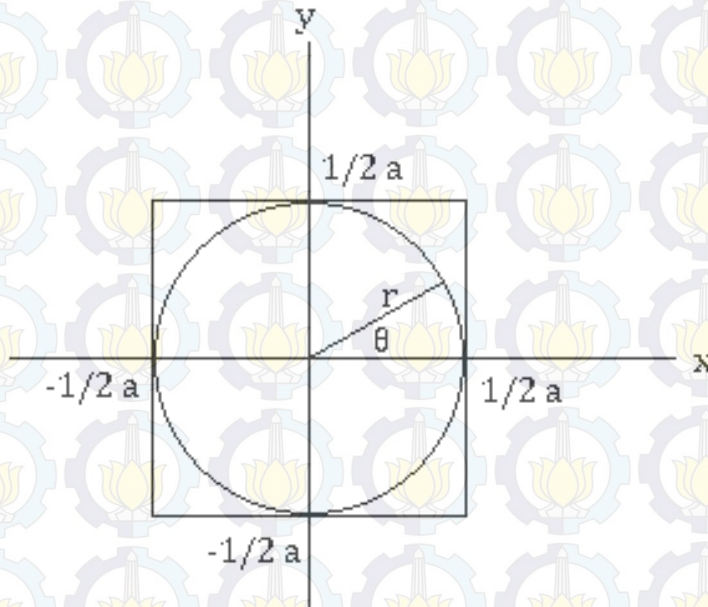
Kemudian keempat persamaan potensial listrik fungsi linier –yaitu persamaan (4.16), (4.17), (4.18), dan (4.19) dibuat programnya di perangkat lunak MATLAB (lampiran A-1d, A-2d, A-3d, A-4d, dan A-5d). Sehingga didapatkan grafik dari $V(\theta)$ pada potensial di koordinat kartesian seperti pada Gambar 4.6.



Gambar 4.6 Grafik $V(\theta)$ dari hasil perhitungan analitik potensial listrik fungsi periodik pada koordinat kartesian

4.2 Perumusan Umum Potensial Listrik Berdasarkan Syarat Batas Pendekatan Polar

Pada Gambar 4.1 kotak potensial ditranslasi ke tengah-tengah sumbu koordinat x dan y yang digunakan untuk memudahkan analisa. Sehingga menjadi:



Gambar 4.7 Syarat batas untuk pendekatan polar

Pada Gambar 4.7 di atas terdapat sebuah lingkaran dengan jari-jari $\frac{1}{2} a$. Lingkaran tersebut merupakan kumpulan titik-titik yang akan ditentukan potensial listriknya. Potensial listrik tersebut digunakan sebagai nilai syarat batas bagi potensial dalam koordinat polar $r = a$.

Jika potensial pada koordinat kartesian dianalisa dengan menggunakan pendekatan polar, maka variabel x dan y pada koordinat kartesian akan menjadi $x = r \cos \theta$ dan $y = r \sin \theta$ pada koordinat polarnya. Sudut 0° dan 360° terletak segaris

dengan sumbu x positif dan sudut 90° terletak segaris dengan sumbu y positif.

Hal ini menunjukkan bahwa gambar lingkaran pada Gambar 4.7 hanya untuk menunjukkan syarat batas pendekatan polarnya. Gambar tersebut juga menunjukkan tidak adanya sisa ruang antara luar lingkaran dan dalam kotak karena di semua sisi dalam kotak potensial merupakan kumpulan titik-titik yang memiliki nilai potensial. Sedangkan kotak potensial ditranslasi ke tengah-tengah sumbu koordinat x dan y yang bertujuan untuk memudahkan perhitungan analitik dalam pendekatan polarnya.

Dengan menganalisa koordinat kartesian menggunakan pendekatan polar maka dapat dibuat grafik 2 dimensi pada permukaan polarnya. Seluruh persamaan potensial listrik yang memakai berbagai macam fungsi dibuat program MATLAB (lampiran A-6a, A-6b, A-6c, A-6d).

Fungsi yang pertama adalah fungsi konstan. Fungsi konstan didefinisikan $V(x) = 1$ dengan persamaan potensial listriknya seperti persamaan (4.1), (4.2), (4.3), dan (4.4).

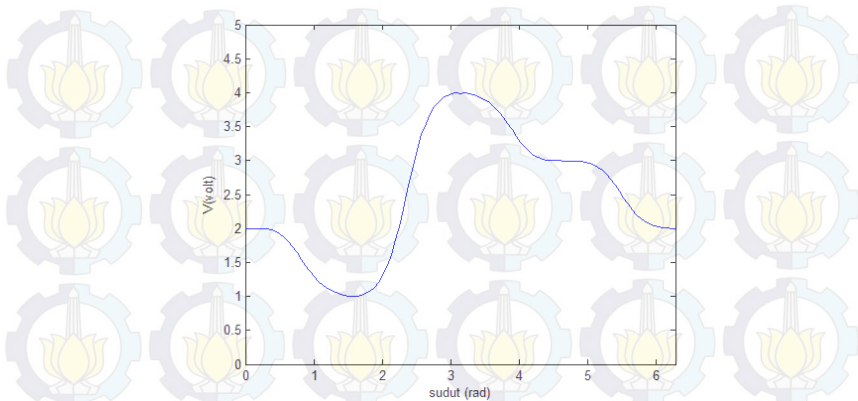
Fungsi yang kedua adalah fungsi linier yang didefinisikan $V(x) = 2x$ dengan potensial listriknya seperti pada persamaan (4.6), (4.7), (4.8), dan (4.9).

Fungsi ketiga adalah fungsi kuadrat yang didefinisikan $V(x) = 6x^2 + 6x$ dengan potensial listrik seperti persamaan (4.11), (4.12), (4.13), dan (4.14).

Fungsi yang keempat adalah fungsi periodik yang didefinisikan sebagai $V(x) = (3/2)\pi \cos 3\pi x$ dengan potensial listrik seperti pada persamaan (4.16), (4.17), (4.18), dan (4.19).

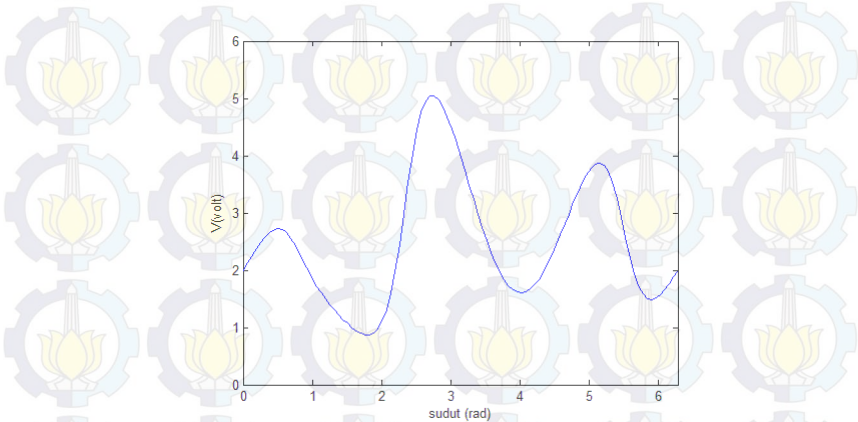
Sehingga didapatkan grafik seperti pada Gambar 4.8 untuk fungsi konstan, Gambar 4.9 untuk fungsi linier, Gambar 4.10 untuk fungsi kuadrat, dan Gambar 4.11 untuk fungsi periodik.

1. Grafik potensial untuk fungsi konstan



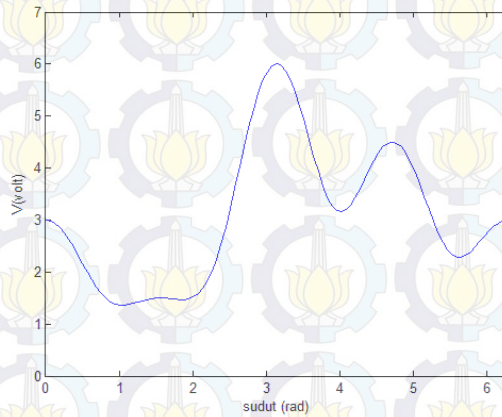
Gambar 4.8 Grafik Potensial $V(\theta)$ pada Permukaan Polar Dua Dimensi untuk Fungsi Konstan

2. Grafik potensial untuk fungsi linier



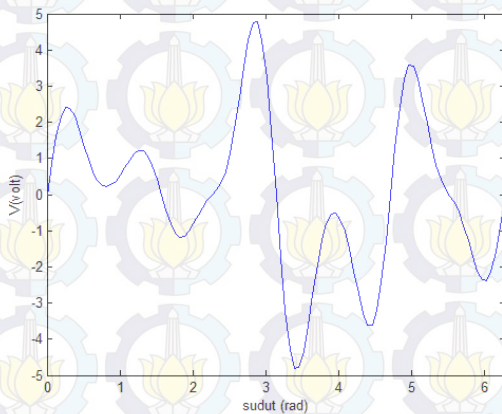
Gambar 4.9 Grafik Potensial $V(\theta)$ pada Permukaan Polar Dua Dimensi untuk Fungsi Linier

3. Grafik potensial untuk fungsi kuadrat



Gambar 4.10 Grafik Potensial $V(\theta)$ pada Permukaan Polar Dua Dimensi untuk Fungsi Kuadrat

4. Grafik potensial untuk fungsi periodik



Gambar 4.11 Grafik Potensial $V(\theta)$ pada Permukaan Polar Dua Dimensi untuk Fungsi Periodik

Masing-masing grafik potensial di atas baik untuk fungsi konstan (Gambar 4.8), fungsi linier (Gambar 4.9), fungsi kuadrat (Gambar 4.10), maupun fungsi periodik (Gambar 4.11) memiliki nilai yang sama untuk masing-masing sisinya seperti V1, V2, V3, dan V4 pada Gambar 4.3, 4.4, 4.5, dan 4.6.

Sementara untuk persamaan umum dalam koordinat polar:

$$\begin{aligned}\Phi(r, \theta) &= A_0 + A_0' \ln r + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n(r^n + r^{-n}) \cos n\theta + \\ &\quad B_n(r^n + r^{-n}) \sin n\theta] \\ &= A_0 + A_0' \ln r + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos n\theta + B_n \sin n\theta] r^n + \\ &\quad \sum_{n=1}^{\infty} [A_n' \cos n\theta + B_n' \sin n\theta] r^{-n}\end{aligned}\quad (4.21)$$

Untuk tinjauan di dalam silinder, $A_0' = A_n' = B_n' = 0$. A_0' dianggap bernilai nol karena pada $r = 0$ jika dimasukkan ke persamaan (4.21) didapatkan hasil dari $\ln 0$ adalah tidak terdefinisi. Maka persamaannya menjadi:

$$\Phi(r, \theta) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos n\theta + B_n \sin n\theta] r^n \quad (4.22)$$

Sedangkan untuk nilai $r = 0,5$ yaitu pada permukaan silinder dua dimensi pada Gambar 4.7 dimasukkan ke persamaan (4.22) untuk mencari nilai dari $A_0, A_1, A_2, A_3, B_1, B_2$, dan B_3 . Maka persamaan (4.22) menjadi:

$$\Phi(r, \theta) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos n\theta + B_n \sin n\theta] 0,5^n$$

$$= A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [A_1 \cos n\theta + B_1 \sin n\theta]0,5 + [A_2 \cos n\theta + B_2 \sin n\theta]0,5^2 + [A_3 \cos n\theta + B_3 \sin n\theta]0,5^3 \quad (4.23)$$

Penyelesaian dari persamaan (4.23) adalah dengan menggunakan deret fourier seperti pada persamaan (2.17), sehingga didapatkan:

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} V(\theta) d\theta \quad (4.24)$$

$$A_n = \frac{2^n}{\pi r^n} \int_0^{2\pi} V(\theta) \cos n\theta d\theta \quad (4.25)$$

$$B_n = \frac{2^n}{\pi r^n} \int_0^{2\pi} V(\theta) \sin n\theta d\theta \quad (4.26)$$

Pada Tugas Akhir ini dibatasi pendekatan hanya sampai dengan $n=3$, maka persamaan (4.25) dan (4.26) menjadi;

$$A_1 = \frac{1}{0,5\pi} \int_0^{2\pi} V(\theta) \cos \theta d\theta \quad (4.27)$$

$$A_2 = \frac{1}{0,25\pi} \int_0^{2\pi} V(\theta) \cos 2\theta d\theta \quad (4.28)$$

$$A_3 = \frac{1}{0,125\pi} \int_0^{2\pi} V(\theta) \cos 3\theta d\theta \quad (4.29)$$

$$B_1 = \frac{1}{0,5\pi} \int_0^{2\pi} V(\theta) \sin \theta d\theta \quad (4.30)$$

$$B_2 = \frac{1}{0,25\pi} \int_0^{2\pi} V(\theta) \sin 2\theta d\theta \quad (4.31)$$

$$B_3 = \frac{1}{0,125\pi} \int_0^{2\pi} V(\theta) \sin 3\theta d\theta \quad (4.32)$$

4.3 Analisa Data

4.3.1 Nilai Potensial Pendekatan Polar untuk Fungsi Konstan

Persamaan-persamaan (4.27), (4.28), (4.29), (4.30), (4.31), dan (4.32) di atas dibuat programnya di MATLAB (lampiran A-11a, A-12a, A-13a, A-14a, A-15a, A-16a, dan A-17a). Hasil dari program tersebut adalah berupa nilai $A_0, A_1, A_2, A_3, B_1, B_2$, dan B_3 . Untuk fungsi konstan didapatkan hasil:

$$A_0 = 2,5000$$

$$B_1 = -1,6692$$

$$A_1 = -1,6692$$

$$B_2 = -2,2453 \times 10^{-14}$$

$$A_2 = 2,1884$$

$$B_3 = 1,9126$$

$$A_3 = -1,9126$$

Nilai-nilai konstanta tersebut dimasukkan ke dalam persamaan (4.23) menggunakan MATLAB (lampiran A-18a, dan A-19a) maka didapatkan nilai potensial untuk pendekatan polarnya (V_e) seperti tabel berikut ini:

Tabel 4.1 Nilai V_e untuk fungsi konstan

Sudut	Nilai V_e	Sudut	Nilai V_e	Sudut	Nilai V_e
0	1,9734	130	2,2146	250	3,0631
10	1,9598	140	2,7854	260	3,0402
20	1,9369	150	3,3181	270	3,0266
30	1,8725	160	3,7445	280	2,9895
40	1,7458	170	4,0177	290	2,9063
50	1,5558	180	4,1208	300	2,771
60	1,3254	190	4,0685	310	2,5954
70	1,0987	200	3,9013	320	2,4046
80	0,9315	210	3,6746	330	2,229
90	0,8792	220	3,4442	340	2,0937
100	0,9823	230	3,2542	350	2,0105
110	1,2555	240	3,1275	360	1,9734
120	1,6819				

4.3.2 Nilai Potensial Pendekatan Polar untuk Fungsi Linier

Persamaan-persamaan (4.27), (4.28), (4.29), (4.30), (4.31), dan (4.32) di atas dibuat programnya di MATLAB (lampiran A-11b, A-12b, A-13b, A-14b, A-15b, A-16b, dan A-17b). Hasil dari program tersebut adalah berupa nilai $A_0, A_1, A_2, A_3, B_1, B_2$, dan B_3 . Untuk fungsi linier didapatkan hasil:

$$A_0 = 2,5000$$

$$B_1 = -0,6770$$

$$A_1 = -1,0078$$

$$B_2 = -2,0000$$

$$A_2 = 2,1884$$

$$B_3 = 7,6510$$

$$A_3 = -5,7382$$

Nilai-nilai konstanta tersebut dimasukkan ke dalam persamaan (4.23) menggunakan MATLAB (lampiran A-18b, dan A-19b) maka didapatkan nilai potensial untuk pendekatan polarnya (V_e) seperti tabel berikut ini:

Tabel 4.2 Nilai V_e untuk fungsi linier

Sudut	Nilai V_e	Sudut	Nilai V_e	Sudut	Nilai V_e
0	1,8259	130	2,819	250	2,1069
10	2,1451	140	3,7254	260	2,7054
20	2,478	150	4,4301	270	3,2478
30	2,6913	160	4,7851	280	3,5896
40	2,6859	170	4,7219	290	3,6474
50	2,4288	180	4,2683	300	3,4179
60	1,9656	190	3,5411	310	2,9758
70	1,4121	200	2,7174	320	2,4494
80	0,9244	210	1,9898	330	1,983
90	0,658	220	1,5193	340	1,6959
100	0,7242	230	1,3964	350	1,6483
110	1,1572	240	1,6213	360	1,8259
120	1,901				

4.3.3 Nilai Potensial Pendekatan Polar untuk Fungsi Kuadrat

Persamaan-persamaan (4.27), (4.28), (4.29), (4.30), (4.31), dan (4.32) di atas dibuat programnya di MATLAB (lampiran A-11c, A-12c, A-13c, A-14c, A-15c, A-16c, dan A-17c). Hasil dari program tersebut adalah berupa nilai $A_0, A_1, A_2, A_3, B_1, B_2$, dan B_3 . Untuk fungsi kuadrat didapatkan hasil:

$$A_0 = 3,0797$$

$$B_1 = -2,1038$$

$$A_1 = -2,1038$$

$$B_2 = -2,3709 \times 10^{-14}$$

$$A_2 = 3,0000$$

$$B_3 = 3,3385$$

$$A_3 = -3,3385$$

Nilai-nilai konstanta tersebut dimasukkan ke dalam persamaan (4.23) menggunakan MATLAB (lampiran A-18c, dan A-19c) maka didapatkan nilai potensial untuk pendekatan polarnya (V_e) seperti tabel berikut ini:

Tabel 4.3 Nilai V_e untuk fungsi kuadrat

Sudut	Nilai V_e	Sudut	Nilai V_e	Sudut	Nilai V_e
0	2,3605	130	2,6671	250	3,7007
10	2,4131	140	3,4923	260	3,7463
20	2,4587	150	4,257	270	3,7989
30	2,4351	160	4,853	280	3,7982
40	2,298	170	5,2078	290	3,7039
50	2,0376	180	5,2989	300	3,507
60	1,6851	190	5,1558	310	3,2319
70	1,3097	200	4,8497	320	2,9275
80	1,0036	210	4,4743	330	2,6524
90	0,8605	220	4,1218	340	2,4555
100	0,9516	230	3,8614	350	2,3612
110	1,3064	240	3,7243	360	2,3605
120	1,9024				

4.3.4 Nilai Potensial Pendekatan Polar untuk Fungsi Periodik

Persamaan-persamaan (4.27), (4.28), (4.29), (4.30), (4.31), dan (4.32) di atas dibuat programnya di MATLAB (lampiran A-11d, A-12d, A-13d, A-14d, A-15d, A-16d, dan A-17d). Hasil dari program tersebut adalah berupa nilai $A_0, A_1, A_2, A_3, B_1, B_2$, dan B_3 . Untuk fungsi periodik didapatkan hasil:

$$\begin{aligned} A_0 &= -1,5572 \times 10^{-15} & B_1 &= 1,3922 \\ A_1 &= 0,9281 & B_2 &= -3,2319 \\ A_2 &= -1,0761 \times 10^{-15} & B_3 &= 12,0027 \\ A_3 &= -8,0018 \end{aligned}$$

Nilai-nilai konstanta tersebut dimasukkan ke dalam persamaan (4.23) menggunakan MATLAB (lampiran A-18d, dan A-19d) maka didapatkan nilai potensial untuk pendekatan polarnya (V_e) seperti tabel berikut ini:

Tabel 4.4 Nilai V_e untuk fungsi periodik

Sudut	Nilai V_e	Sudut	Nilai V_e	Sudut	Nilai V_e
0	-0,5362	130	0,9146	250	-1,4482
10	0,1855	140	1,6869	260	-0,2432
20	0,9540	150	2,1462	270	0,8042
30	1,5505	160	2,1208	280	1,4708
40	1,8067	170	1,5566	290	1,6403
50	1,6522	180	0,5362	300	1,3291
60	1,1354	190	-0,7382	310	0,6768
70	0,4095	200	-1,9927	320	-0,0955
80	-0,3095	210	-2,9500	330	-0,7468
90	-0,8042	220	-3,3981	340	-1,0821

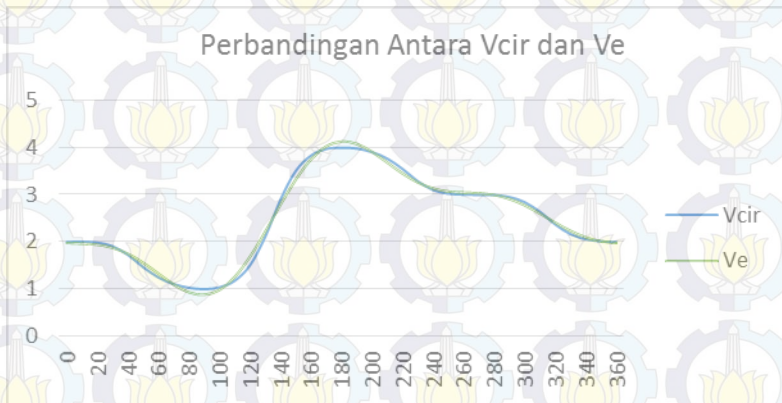
100	-0,9182	230	-3,2436	350	-1,0039
110	-0,6016	240	-2,5348	360	-0,5362
120	0,0703				

4.4 Analisa Perbandingan Perhitungan Koordinat Kartesian (Vcir) dan Pendekatan Polar (Ve)

Setelah diperoleh nilai potensial pendekatan polar (Ve) masing-masing fungsi (Tabel 4.1; 4.2; 4.3; 4.4), maka nilai tersebut kemudian dibandingkan dengan Vcir. Nilai Vcir merupakan nilai potensial V dari hasil perhitungan koordinat kartesian yang dihitung menggunakan program MATLAB dengan $r = 0,5$. Nilai Vcir dapat dilihat pada Tabel B.1 (Lampiran B).

4.4.1 Perbandingan Vcir & Ve untuk Fungsi Konstan

Perbandingan nilai Vcir dan Ve dilakukan dengan menghitung selisihnya. Nilai selisih dari Vcir dan Ve fungsi konstan dapat dilihat di Tabel B.2 (Lampiran B). Rata-rata selisih pada tabel tersebut yaitu 0,0003. Gambar 4.12 menunjukkan grafik antara sudut di sumbu X dan Vcir/Ve di sumbu Y.

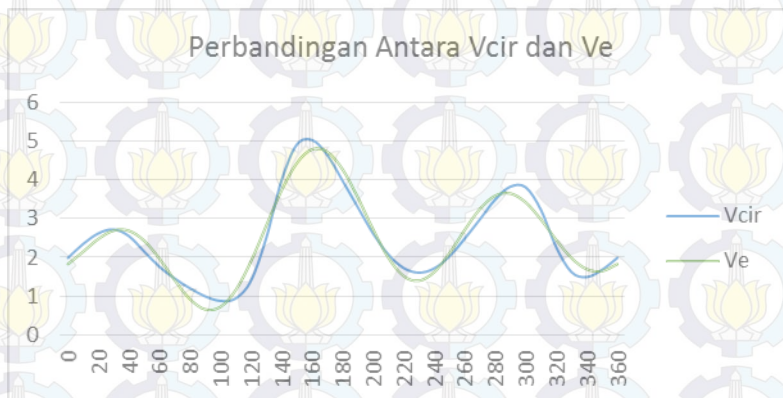


Gambar 4.12 Grafik perbandingan Vcir dan Ve fungsi konstan

Gambar 4.12 di atas terlihat bahwa V_{cir} dengan V_e memiliki grafik yang hampir sama. Dari grafik tersebut dan juga selisih rata-rata yang mendekati nol dapat disimpulkan bahwa pendekatan koordinat polar untuk V fungsi konstan cukup baik digunakan untuk menghitung potensial geometri kartesian.

4.4.2 Perbandingan V_{cir} & V_e untuk Fungsi Linier

Nilai selisih dari V_{cir} dan V_e dapat dilihat pada Tabel B.3 (Lampiran B). Rata-rata selisih antara V_{cir} dengan V_e pada tabel tersebut yaitu 0,0028. Gambar 4.13 menunjukkan grafik antara sudut di sumbu X dan V_{cir}/V_e di sumbu Y.



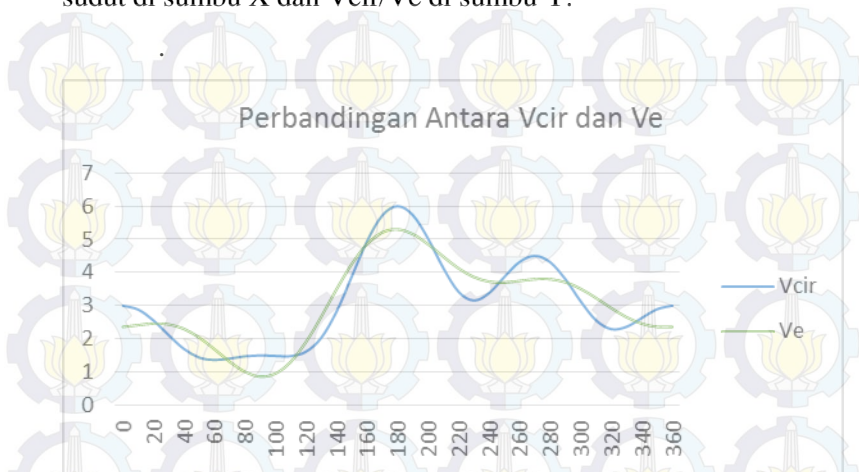
Gambar 4.13 Grafik perbandingan V_{cir} dan V_e fungsi linier

Dari Gambar 4.13 dan selisih rata-rata yang tidak begitu besar, maka dapat disimpulkan bahwa perhitungan sistem kartesian dengan pendekatan koordinat polar untuk V fungsi linier hampir sama dengan penghitungan menggunakan koordinat kartesian itu sendiri.

4.4.3 Perbandingan V_{cir} & V_e untuk Fungsi Kuadrat

Nilai selisih dari V_{cir} dan V_e dapat dilihat pada Tabel B.4 (Lampiran B). Rata-rata selisih antara V_{cir} dengan V_e pada tabel

tersebut yaitu 0,0173. Gambar 4.14 menunjukkan grafik antara sudut di sumbu X dan V_{cir}/V_e di sumbu Y.

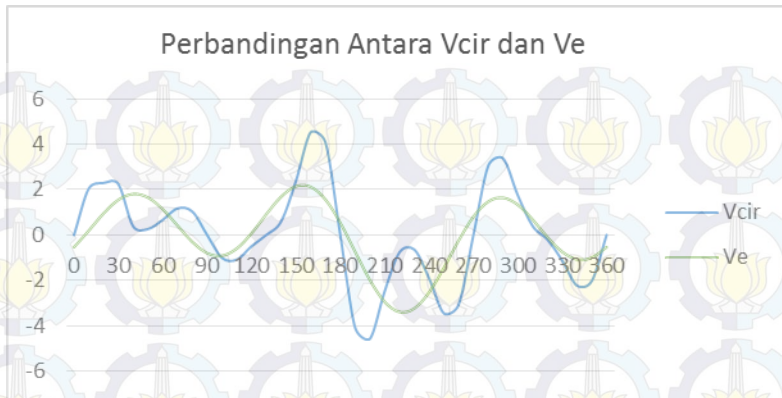


Gambar 4.14 Grafik perbandingan V_{cir} dan V_e fungsi kuadrat

Pada Gambar 4.14 di atas terlihat bahwa terdapat perbedaan antara grafik V_{cir} dan grafik V_e namun tidak terlalu besar. Namun, secara umum perhitungan sistem kartesian dengan pendekatan koordinat polar untuk V fungsi linier hampir sama dengan penghitungan menggunakan koordinat kartesian itu sendiri.

4.4.4 Perbandingan V_{cir} & V_e untuk Fungsi Periodik

Nilai selisih dari V_{cir} dan V_e dapat dilihat pada Tabel B.5 (Lampiran B). Rata-rata selisih antara V_{cir} dengan V_e pada tabel tersebut yaitu 0,0415. Hal ini menjadikan nilai V_e untuk fungsi periodik memiliki rata-rata selisih antara V_{cir} dengan V_e paling besar dari fungsi-fungsi lainnya. Gambar 4.15 menunjukkan grafik antara sudut di sumbu X dan V_{cir}/V_e di sumbu Y.



Gambar 4.15 Grafik perbandingan V_{cir} dan V_e fungsi periodik

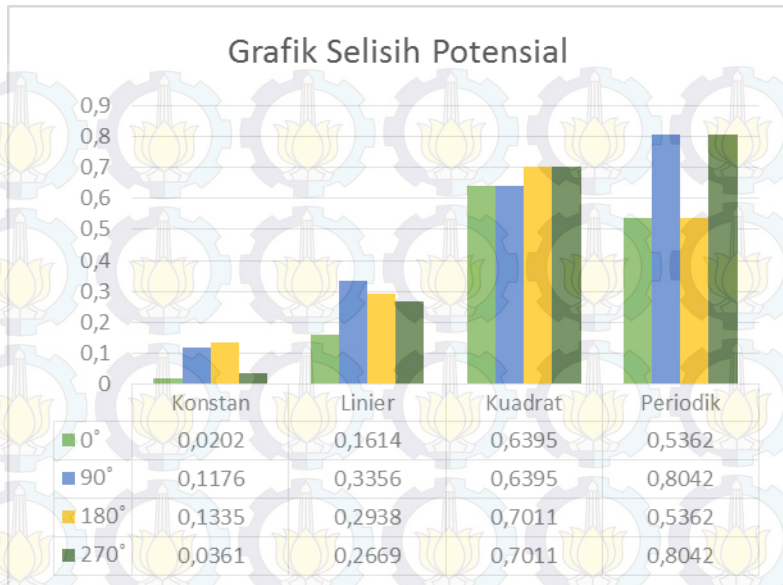
Terlihat dari Gambar 4.15, nilai V_{cir} dan V_e memiliki bentuk yang berbeda, meskipun di beberapa titik hampir sama.

4.5 Pembahasan

Perbandingan antara potensial koordinat kartesian V_{cir} dengan potensial pendekatan polar V_e pada subbab 4.4 di atas menghasilkan selisih untuk masing-masing sudut.

Data perbandingan antara V_{cir} dan V_e untuk masing-masing fungsi yang terdapat pada Tabel B.2, B.3, B.4, dan B.5 kemudian diambil 4 sampel yaitu pada sudut 0° , 90° , 180° , dan 270° . Selisih untuk masing-masing fungsi dibuat grafiknya. Hasil dari grafik tersebut digunakan untuk mengetahui selisih potensial yang paling rendah hingga yang tertinggi. Selain itu, juga untuk mengetahui kesamaan pola antara fungsi konstan, linier, kuadrat, dan periodik.

Gambar 4.16 menunjukkan grafik dalam bentuk balok untuk masing-masing fungsi dengan 4 sampel. Warna hijau muda pada grafik tersebut merupakan sampel untuk sudut 0° , warna biru adalah sampel untuk sudut 90° , warna kuning merupakan sampel untuk sudut 180° , dan warna hijau tua merupakan sampel untuk sudut 270° .



Gambar 4.16 Grafik Selisih Potensial

Pada Gambar 4.16 terlihat bahwa potensial listrik fungsi konstan pada sudut 0° memiliki selisih yang paling mendekati nol dibandingkan keempat fungsi lainnya. Kemudian berturut-turut menjauhi nol adalah potensial listrik fungsi linier, kemudian fungsi periodik. Sementara yang paling jauh dari nol adalah potensial listrik fungsi kuadrat. Begitu juga urutan untuk sudut 180° . Sementara itu urutan dari yang memiliki selisih terendah ke tertinggi untuk sudut 90° dan 270° adalah fungsi konstan, fungsi linier, fungsi kuadrat, dan fungsi periodik.

Dari keempat sudut terlihat bahwa fungsi konstan memiliki selisih yang paling rendah dibandingkan dengan yang lainnya. Selain itu juga terlihat bahwa bentuk grafik untuk sudut 0° sama dengan sudut 180° dan untuk sudut 90° sama dengan sudut 270° .

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, maka dapat disimpulkan bahwa:

1. Perhitungan potensial listrik dengan pendekatan polar pada fungsi konstan memiliki selisih lebih mendekati nol dibanding tiga fungsi lainnya. Berurutan dari yang paling dekat dari nol hingga terjauh setelah fungsi konstan adalah fungsi linier, fungsi kuadrat, dan fungsi periodik.
2. Selisih rata-rata antara potensial listrik batas yang dihitung menggunakan koordinat kartesian (V_{cir}) dan pendekatan polar (V_e) untuk fungsi konstan adalah 0,0003, untuk fungsi linier adalah 0,0028, untuk fungsi kuadrat adalah 0,0173, dan untuk fungsi periodik adalah 0,0415.
3. Secara umum, koordinat polar cukup baik digunakan untuk menghitung persoalan pemilihan potensial listrik sistem geometri kartesian.

5.2 Saran

Saran untuk penelitian selanjutnya adalah sebagai berikut:

1. Perlu diteliti untuk fungsi lain misalnya fungsi Gaussian.
2. Perlu diteliti dengan persamaan fungsi yang lainnya.
3. Perlu diteliti untuk nilai V_1 , V_2 , V_3 , dan V_4 yang lainnya.



DAFTAR PUSTAKA

Amalia, Iffah. 2010. **Analisa Potensial Listrik Menggunakan Koordinat Polar untuk Sistem Geometri Kartesian**. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Anton, Howard., dan Rorres, Chris. 2005. **Aljabar Linear Elementer**. Jakarta: Erlangga.

Balagurusamy, E. 1999. **Numerical Methods**. New Delhi: Tata McGraw-Hill.

Bustomi, M.Arief., Kushidayati, Iffah Amalia. 2010. **Pendekatan Polar Untuk Potensial Listrik Sitem Geometri Kartesian**. Surabaya: Simposium Fisika Nasional Ke-23 FMIPA ITS.

Islamiyah, Irma. 2010. **Pengaruh Jumlah Suku Fourier pada Pendekatan Polar untuk Sistem Geometri Kartesian**. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Reitz, J.R., Milford, F.J., dan Christy, R.W. 1993. **Dasar Teori Listrik Magnet**. Bandung: Penerbit ITB.

Sadiku, Matthew N. 2001. **Elements of Electromagnetics**. New York: Oxford University Press.

Suparno, Supriyanto. 2010. **Komputasi untuk Sains dan Teknik – Menggunakan MATLAB**. Depok: Universitas Indonesia.

Tama, Aji Wira. 2012. **Pengaruh Jari-Jari Lingkaran Syarat Batas Pada Pendekatan Polar untuk Sistem Potensial Listrik Geometri Kartesian**. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.



LAMPIRAN A

PROGRAM MATLAB

1. Program Fungsi V1

a. Program Fungsi V1 untuk Fungsi Konstan

```
function Vkons1=Vkons1(x,y,n)
Vekons1=0;
i=0;
while i<n
    i=i+1;
    Vekons1=Vekons1+(4/((2*i-1)*pi*sinh((2*i-1)*pi)))*sin((2*i-1)*pi*x)*sinh((2*i-1)*pi*y);
end
Vkons1=Vekons1;
```

b. Program Fungsi V1 untuk Fungsi Linier

```
function Vlin1=Vlin1(x,y,n)
Velin1=0;
i=0;
while i<n
    i=i+1;
    Velin1=Velin1+((-4*i*pi*(-1)^i)/((i^2)*(pi^2)*sinh(i*pi)))*sin(i*pi*x)*sinh(i*pi*y);
end
Vlin1=Velin1;
```

c. Program Fungsi V1 untuk Fungsi Kuadrat

```
function Vkuad1=Vkuad1(x,y,n)
Vekuad1=0;
i=0;
while i<n
    i=i+1;
    Vekuad1=Vekuad1+(48/((2*i-1)^3*pi^3*sinh((2*i-1)*pi)))*sin((2*i-1)*pi*x)*sinh((2*i-1)*pi*y);
end
Vkuad1=Vekuad1;
```


d. Program Fungsi V1 untuk Fungsi Periodik

```
function Vperiod1=Vperiod1(x,y,n)
Vperiod1=0;
i=0;
while i<n
    i=i+1;
    Vperiod1=Vperiod1+((-12*i/((9-(2*i)^2)*
    pi*sinh(2*i*pi)))*sin(2*i*pi*x)*
    sinh(2*i*pi*y);
end
Vperiod1=Vperiod1;
```

2. Program Fungsi V2

a. Program Fungsi V2 untuk Fungsi Konstan

```
function Vkons2=Vkons2(x,y,n)
Vekons2=0;
i=0;
while i<n
    i=i+1;
    Vekons2=Vekons2+(4*2/((2*i-1)*pi*
    sinh((2*i-1)*pi)))*sinh((2*i-1)*pi*x)*
    sin((2*i-1)*pi*y);
end
Vkons2=Vekons2;
```

b. Program Fungsi V2 untuk Fungsi Linier

```
function Vlin2=Vlin2(x,y,n)
Velin2=0;
i=0;
while i<n
    i=i+1;
    Velin2=Velin2+((-4*i*pi*(-1)^i)*2/((i^2)*
    (pi^2)*sinh(i*pi)))*sinh(i*pi*x)*sin(i*pi*y);
end
Vlin2=Velin2;
```

c. Program Fungsi V2 untuk Fungsi Kuadrat

```
function Vkuad2=Vkuad2(x,y,n)
Vekuad2=0;
i=0;
while i<n
    i=i+1;
    Vekuad2=Vekuad2+(48*2/((2*i-1)^3*pi^3*
sinh((2*i-1)*pi)))*sinh((2*i-1)*pi*x)*
sin((2*i-1)*pi*y);
end
Vkuad2=Vekuad2;
```

d. Program Fungsi V2 untuk Fungsi Periodik

```
function Vperiod2=Vperiod2(x,y,n)
Veperiod2=0;
i=0;
while i<n
    i=i+1;
    Veperiod2=Veperiod2+(-12*i^2/((9-
(2*i)^2)*pi*sinh(2*i*pi)))*sinh(2*i*pi*x)*sin(
2*i*pi*y);
end
Vperiod2=Veperiod2;
```

3. Program Fungsi V3

a. Program Fungsi V3 untuk Fungsi Konstan

```
function Vkons3=Vkons3(x,y,n)
Vekons3=0;
i=0;
while i<n
    i=i+1;
    Vekons3=Vekons3+(4*3/((2*i-
1)*pi*sinh((2*i-1)*pi)))*sin((2*i-
1)*pi*x)*sinh((2*i-1)*pi*(1-y));
end
Vkons3=Vekons3;
```

b. Program Fungsi V3 untuk Fungsi Linier

```
function Vlin3=Vlin3(x,y,n)
Velin3=0;
i=0;
while i<n
    i=i+1;
    Velin3=Velin3+((-4*i*pi*(-1)^i)*3/
    ((i^2)*(pi^2)*sinh(i*pi)))*sin(i*pi*x)*sinh(i*
    pi*(1-y));
end
Vlin3=Velin3;
```

c. Program Fungsi V3 untuk Fungsi Kuadrat

```
function Vkuad3=Vkuad3(x,y,n)
Vekuad3=0;
i=0;
while i<n
    i=i+1;
    Vekuad3=Vekuad3+(48*3/((2*i-1)^3*pi^3*
    sinh((2*i-1)*pi))*sin((2*i-1)*pi*x)*
    sinh((2*i-1)*pi*(1-y)));
end
Vkuad3=Vekuad3;
```

d. Program Fungsi V3 untuk Fungsi Periodik

```
function Vperiod3=Vperiod3(x,y,n)
Veperiod3=0;
i=0;
while i<n
    i=i+1;
    Veperiod3=Veperiod3+(-12*i^3/((9-
    (2*i)^2)*pi*sinh(2*i*pi))*sin(2*i*pi*x)*sinh(
    2*i*pi*(1-y)));
end
Vperiod3=Veperiod3;
```

4. Program Fungsi V4

a. Program Fungsi V4 untuk Fungsi Konstan

```
function Vkons4=Vkons4(x,y,n)
Vekons4=0;
i=0;
while i<n
    i=i+1;
    Vekons4=Vekons4+(4*4/((2*i-1)*pi*sinh((2*i-1)*pi)))*sinh((2*i-1)*pi*(1-x))*sin((2*i-1)*pi*y);
end
Vkons4=Vekons4;
```

b. Program Fungsi V4 untuk Fungsi Linier

```
function Vlin4=Vlin4(x,y,n)
Velin4=0;
i=0;
while i<n
    i=i+1;
    Velin4=Velin4+((-4*i*pi*(-1)^i)*4/((i^2)*(pi^2)*sinh(i*pi)))*sinh(i*pi*(1-x))*sin(i*pi*y);
end
Vlin4=Velin4;
```

c. Program Fungsi V4 untuk Fungsi Kuadrat

```
function Vkuad4=Vkuad4(x,y,n)
Vekuad4=0;
i=0;
while i<n
    i=i+1;
    Vekuad4=Vekuad4+(48*4/((2*i-1)^3*pi^3*sinh((2*i-1)*pi)))*sinh((2*i-1)*pi*(1-x))*sin((2*i-1)*pi*y);
end
Vkuad4=Vekuad4;
```


d. Program Fungsi V4 untuk Fungsi Periodik

```
function Vperiod4=Vperiod4(x,y,n)
Vperiod4=0;
i=0;
while i<n
    i=i+1;
    Vperiod4=Vperiod4+(-12*i*4/((9-(2*i)^2)*
    pi*sinh(2*i*pi)))*sinh(2*i*pi*(1-x))*
    sin(2*i*pi*y);
end
Vperiod4=Vperiod4;
```

5. Program Grafik Vtotal

a. Program Grafik Vtotal untuk Fungsi Konstan

```
function Graf_Vkons(m)
dx=1/11;
x=0:dx:1;
n=length(x);
dy=1/(n-1);
y=0:dy:1;
[X,Y]=meshgrid(x,y);
for i=1:n
    for j=1:n
        Vekons(i,j)=Vkons(x(j),y(i),m);
    end
end
surf(x,y,Vekons);
xlabel('posisi x');
ylabel('posisi y');
zlabel('Vkons(x,y)');
axis([0 1 0 1 0.5]);
```

b. Program Grafik Vtotal untuk Fungsi Linier

```
function Graf_Vlin(m)
dx=1/11;
x=0:dx:1;
n=length(x);
dy=1/(n-1);
y=0:dy:1;
[X,Y]=meshgrid(x,y);
for i=1:n
    for j=1:n
        Velin(i,j)=Vlin(x(j),y(i),m);
    end
end
surf(x,y,Velin);
xlabel('posisi x');
ylabel('posisi y');
zlabel('Vlin(x,y)');
axis([0 1 0 1 0.5]);
```

c. Program Grafik Vtotal untuk Fungsi Kuadrat

```
function Graf_Vkuad(m)
dx=1/11;
x=0:dx:1;
n=length(x);
dy=1/(n-1);
y=0:dy:1;
[X,Y]=meshgrid(x,y);
for i=1:n
    for j=1:n
        Vekquad(i,j)=Vkuad(x(j),y(i),m);
    end
end
surf(x,y,Vekquad);
xlabel('posisi x');
ylabel('posisi y');
zlabel('Vkuad(x,y)');
axis([0 1 0 1 0.5]);
```

d. Program Grafik Vtotal untuk Fungsi Periodik

```
function Graf_Vperiod(m)
dx=1/11;
x=0:dx:1;
n=length(x);
dy=1/(n-1);
y=0:dy:1;
[X,Y]=meshgrid(x,y);
for i=1:n
    for j=1:n
        Veperiod(i,j)=Vperiod(x(j),y(i),m);
    end
end
surf(x,y,Veperiod);
xlabel('posisi x');
ylabel('posisi y');
zlabel('Vperiod(x,y)');
axis([0 1 0 1 0.5]);
```

6. Program Grafik Vcircular

a. Program Grafik Vcircular untuk Fungsi Konstan

```
function Graf2D_Vkons_sd(r,sdmin,sdmax,n)
dsd=(sdmax-sdmin)/100;
sd=sdmin:dsd:sdmax;
m=length(sd);
for i=1:m;
    Vekons(i)=Vcirkons(r,sd(i),n);
end
plot(sd,Vekons);
xlabel('sudut (rad)');ylabel('V(volt)');
axis([sdmin sdmax 0 5]);
```

b. Program Grafik Vcircular untuk Fungsi Linier

```
function Graf2D_Vlin_sd(r,sdmin,sdmax,n)
dsd=(sdmax-sdmin)/100;
sd=sdmin:dsd:sdmax;
m=length(sd);
for i=1:m;
    Velin(i)=Vcirlin(r,sd(i),n);
end
plot(sd,Velin)
xlabel('sudut (rad)');ylabel('V(volt)');
axis([sdmin sdmax 0 6]);
```

c. Program Grafik Vcircular untuk Fungsi Kuadrat

```
function Graf2D_Vkuad_sd(r,sdmin,sdmax,n)
dsd=(sdmax-sdmin)/100;
sd=sdmin:dsd:sdmax;
m=length(sd);
for i=1:m;
    Vekwad(i)=Vcirkwad(r,sd(i),n);
end
plot(sd,Vekwad)
xlabel('sudut (rad)');ylabel('V(volt)');
axis([sdmin sdmax 0 7]);
```

d. Program Grafik Vcircular untuk Fungsi Periodik

```
function Graf2D_Vperiod_sd(r,sdmin,sdmax,n)
dsd=(sdmax-sdmin)/100;
sd=sdmin:dsd:sdmax;
m=length(sd);
for i=1:m;
    Veperiod(i)=Vcirperiod(r,sd(i),n);
end
plot(sd,Veperiod)
xlabel('sudut (rad)');ylabel('V(volt)');
axis([sdmin sdmax -5 5]);
```


7. Program Nilai Vtotal

a. Program Nilai Vtotal untuk Fungsi Konstan

```
function Nilai_Vkons (xmin, xmax, ymin, ymax, n)
dx=(xmax-xmin)/10;
xe=xmin:dx:xmax;
m=length(xe);
dy=(ymax-ymin)/(m-1);
ye=ymin:dy:ymax;
for i=1:m
    for j=1:m
        x=xe(j)
        y=ye(i)
        Vekons(i,j)=Vkons(xe(j),ye(i),n);
        Nilai_Vkons=Vekons(i,j)
    end
end
```

b. Program Nilai Vtotal untuk Fungsi Linier

```
function Nilai_Vlin(xmin, xmax, ymin, ymax, n)
dx=(xmax-xmin)/10;
xe=xmin:dx:xmax;
m=length(xe);
dy=(ymax-ymin)/(m-1);
ye=ymin:dy:ymax;
for i=1:m
    for j=1:m
        x=xe(j)
        y=ye(i)
        Velin(i,j)=Vlin(xe(j),ye(i),n);
        Nilai_Vlin=Velin(i,j)
    end
end
```

c. Program Nilai Vtotal untuk Fungsi Kuadrat

```
function Nilai_Vkuad(xmin,xmax,ymin,ymax,n)
dx=(xmax-xmin)/10;
xe=xmin:dx:xmax;
m=length(xe);
dy=(ymax-ymin)/(m-1);
ye=ymin:dy:ymax;
for i=1:m
    for j=1:m
        x=xe(j)
        y=ye(i)
        Vekwad(i,j)=Vkuad(xe(j),ye(i),n);
        Nilai_Vkuad=Vekwad(i,j)
    end
end
```

d. Program Nilai Vtotal untuk Fungsi Periodik

```
function Nilai_Vperiod(xmin,xmax,ymin,ymax,n)
dx=(xmax-xmin)/10;
xe=xmin:dx:xmax;
m=length(xe);
dy=(ymax-ymin)/(m-1);
ye=ymin:dy:ymax;
for i=1:m
    for j=1:m
        x=xe(j)
        y=ye(i)
        Veperiod(i,j)=Vperiod(xe(j),ye(i),n);
        Nilai_Vperiod=Veperiod(i,j)
    end
end
```

8. Program Fungsi Nilai Vtotal

a. Program Fungsi Nilai Vtotal untuk Fungsi Konstan

```
function Vkons=Vkons(x,y,n)
Vekons1=0;
Vekons2=0;
Vekons3=0;
Vekons4=0;
i=0;
while i<n
    i=i+1;
    Vekons1=Vekons1+(4/((2*i-1)*pi*sinh((2*i-1)*pi)))*sin((2*i-1)*pi*x)*sinh((2*i-1)*pi*y);
    Vekons2=Vekons2+(4*2/((2*i-1)*pi*sinh((2*i-1)*pi)))*sinh((2*i-1)*pi*x)*sin((2*i-1)*pi*y);
    Vekons3=Vekons3+(4*3/((2*i-1)*pi*sinh((2*i-1)*pi)))*sin((2*i-1)*pi*x)*sinh((2*i-1)*pi*(1-y));
    Vekons4=Vekons4+(4*4/((2*i-1)*pi*sinh((2*i-1)*pi)))*sinh((2*i-1)*pi*(1-x))*sin((2*i-1)*pi*y);
end
Vkons=Vekons1+Vekons2+Vekons3+Vekons4;
```

b. Program Fungsi Nilai Vtotal untuk Fungsi Linier

```
function Vlin=Vlin(x,y,n)
Velin1=0;
Velin2=0;
Velin3=0;
Velin4=0;
i=0;
while i<n
    i=i+1;
    Velin1=Velin1+((-4*i*pi*(-1)^i)/((i^2)*(pi^2)*sinh(i*pi)))*sin(i*pi*x)*sinh(i*pi*y);
    Velin2=Velin2+((-4*i*pi*(-1)^i)*2/((i^2)*(pi^2)*sinh(i*pi)))*sinh(i*pi*x)*sin(i*pi*y);
```

```

    Velin3=Velin3+((-4*i*pi*(-1)^i)*3/((i^2)
    *(pi^2)*sinh(i*pi)))*sin(i*pi*x)*sinh(i*pi*(1-
    y));
    Velin4=Velin4+((-4*i*pi*(-1)^i)*4/((i^2)
    *(pi^2)*sinh(i*pi)))*sinh(i*pi*(1-
    x))*sin(i*pi*y);
end
Vlin=Velin1+Velin2+Velin3+Velin4;

```

c. Program Fungsi Nilai Vtotal untuk Fungsi Kuadrat

```

function Vkuad=Vkuad(x,y,n)
Vekuad1=0;
Vekuad2=0;
Vekuad3=0;
Vekuad4=0;
i=0;
while i<n
    i=i+1;
    Vekuad1=Vekuad1+(48/((2*i-1)^3*pi^3*
    sinh((2*i-1)*pi)))*sin((2*i-1)*pi*x)*
    sinh((2*i-1)*pi*y);
    Vekuad2=Vekuad2+(48*2/((2*i-1)^3*pi^3*
    sinh((2*i-1)*pi)))*sinh((2*i-1)*pi*x)*
    sin((2*i-1)*pi*y);
    Vekuad3=Vekuad3+(48*3/((2*i-1)^3*pi^3*
    sinh((2*i-1)*pi)))*sin((2*i-1)*pi*x)*
    sinh((2*i-1)*pi*(1-y));
    Vekuad4=Vekuad4+(48*4/((2*i-1)^3*pi^3*
    sinh((2*i-1)*pi)))*sinh((2*i-1)*pi*(1-x))*
    sin((2*i-1)*pi*y);
end
Vkuad=Vekuad1+Vekuad2+Vekuad3+Vekuad4;

```


d. Program Fungsi Nilai Vtotal untuk Fungsi Periodik

```
function Vperiod=Vperiod(x,y,n)
Vperiod1=0;
Vperiod2=0;
Vperiod3=0;
Vperiod4=0;
i=0;
while i<n
    i=i+1;
    Vperiod1=Vperiod1+(-12*i/((9-
(2*i)^2)*pi*sinh(2*i*pi)))*sin(2*i*pi*x)*sinh(
2*i*pi*y);
    Vperiod2=Vperiod2+(-12*i*2/((9-
(2*i)^2)*pi*sinh(2*i*pi)))*sinh(2*i*pi*x)*sin(
2*i*pi*y);
    Vperiod3=Vperiod3+(-12*i*3/((9-
(2*i)^2)*pi*sinh(2*i*pi)))*sin(2*i*pi*x)*sinh(
2*i*pi*(1-y));
    Vperiod4=Vperiod4+(-12*i*4/((9-
(2*i)^2)*pi*sinh(2*i*pi)))*sinh(2*i*pi*(1-
x))*sin(2*i*pi*y);
end
Vperiod=Vperiod1+Vperiod2+Vperiod3+Vperiod
4;
```

9. Program Nilai Vcircular

a. Program Nilai Vcircular untuk Fungsi Konstan

```
function Nilai_Vcirkons(r,sdmin,sdmax,n)
dsd=(sdmax-sdmin)/36;
sde=sdmin:dsd:sdmax;
m=length(sde);
for i=1:m
    sudut=sde(i)
    sudut=sde(i)*180/pi;
    Vekons(i)=Vcirkons(r,sde(i),n);
    Nilai_Vcirkons=Vekons(i)
end
```

b. Program Nilai Vcircular untuk Fungsi Linier

```
function Nilai_Vcirlin(r,sdmin,sdmax,n)
dsd=(sdmax-sdmin)/36;
sd=sdmin:dsd:sdmax;
m=length(sd);
for i=1:m
    sudut=sd(i)*180/pi
    Velin(i)=Vcirlin(r,sd(i),n);
    Nilai_Vcirlin=Velin(i)
end
```

c. Program Nilai Vcircular untuk Fungsi Kuadrat

```
function Nilai_Vcirkwad(r,sdmin,sdmax,n)
dsd=(sdmax-sdmin)/36;
sd=sdmin:dsd:sdmax;
m=length(sd);
for i=1:m
    sudut=sd(i)*180/pi
    Vekwad(i)=Vcirkwad(r,sd(i),n);
    Nilai_Vcirkwad=Vekwad(i)
end
```

d. Program Nilai Vcircular untuk Fungsi Periodik

```
function Nilai_Vcirperiod(r,sdmin,sdmax,n)
dsd=(sdmax-sdmin)/36;
sd=sdmin:dsd:sdmax;
m=length(sd);
for i=1:m
    sudut=sd(i)*180/pi
    Veperiod(i)=Vcirperiod(r,sd(i),n);
    Nilai_Vcirperiod=Veperiod(i)
end
```

10. Program Fungsi Nilai Vcircular

a. Program Fungsi Nilai Vcircular untuk Fungsi Konstan

```
function Vkons=Vcirkons(r,sd,n)
x=0.5+r*cos(sd);
y=0.5+r*sin(sd);
Vekons1=0;
Vekons2=0;
Vekons3=0;
Vekons4=0;
i=0;
while i<n
    i=i+1;
    Vekons1=Vekons1+(4/((2*i-1)*pi*sinh((2*i-1)*pi)))*sin((2*i-1)*pi*x)*sinh((2*i-1)*pi*y);
    Vekons2=Vekons2+(4*2/((2*i-1)*pi*sinh((2*i-1)*pi)))*sinh((2*i-1)*pi*x)*sin((2*i-1)*pi*y);
    Vekons3=Vekons3+(4*3/((2*i-1)*pi*sinh((2*i-1)*pi)))*sin((2*i-1)*pi*x)*sinh((2*i-1)*pi*(1-y));
    Vekons4=Vekons4+(4*4/((2*i-1)*pi*sinh((2*i-1)*pi)))*sinh((2*i-1)*pi*(1-x))*sin((2*i-1)*pi*y);
end
Vkons=Vekons1+Vekons2+Vekons3+Vekons4;
```

b. Program Fungsi Nilai Vcircular untuk Fungsi Linier

```
function Vlin=Vcirlin(r,sd,n)
x=0.5+r*cos(sd);
y=0.5+r*sin(sd);
Velin1=0;
Velin2=0;
Velin3=0;
Velin4=0;
i=0;
while i<n
    i=i+1;
```

```

    Velin1=Velin1+((-4*i*pi*(-1)^i)/((i^2)*
(pi^2)*sinh(i*pi)))*sin(i*pi*x)*sinh(i*pi*y);
    Velin2=Velin2+((-4*i*pi*(-1)^i)*2/((i^2)*
(pi^2)*sinh(i*pi)))*sinh(i*pi*x)*sin(i*pi*y);
    Velin3=Velin3+((-4*i*pi*(-1)^i)*3/((i^2)*
(pi^2)*sinh(i*pi)))*sin(i*pi*x)*sinh(i*pi*(1-
y));
    Velin4=Velin4+((-4*i*pi*(-1)^i)*4/((i^2)*
(pi^2)*sinh(i*pi)))*sinh(i*pi*(1-
x))*sin(i*pi*y);
end
Vlin=Velin1+Velin2+Velin3+Velin4;

```

c. Program Fungsi Nilai Vcircular untuk Fungsi Kuadrat

```

function Vkuad=Vcirkkuad(r,sd,n)
x=0.5+r*cos(sd);
y=0.5+r*sin(sd);
Vekquad1=0;
Vekquad2=0;
Vekquad3=0;
Vekquad4=0;
i=0;
while i<n
    i=i+1;
    Vekquad1=Vekquad1+(48/((2*i-
1)^3*pi^3*sinh((2*i-1)*pi)))*sin((2*i-
1)*pi*x)*sinh((2*i-1)*pi*y);
    Vekquad2=Vekquad2+(48*2/((2*i-
1)^3*pi^3*sinh((2*i-1)*pi)))*sinh((2*i-
1)*pi*x)*sin((2*i-1)*pi*y);
    Vekquad3=Vekquad3+(48*3/((2*i-
1)^3*pi^3*sinh((2*i-1)*pi)))*sin((2*i-
1)*pi*x)*sinh((2*i-1)*pi*(1-y));
    Vekquad4=Vekquad4+(48*4/((2*i-
1)^3*pi^3*sinh((2*i-1)*pi)))*sinh((2*i-
1)*pi*(1-x))*sin((2*i-1)*pi*y);
end
Vkuad=Vekquad1+Vekquad2+Vekquad3+Vekquad4;

```


d. Program Fungsi Nilai Vcircular untuk Fungsi Periodik

```
function Vperiod=Vcirperiod(r,sd,n)
x=0.5+r*cos(sd);
y=0.5+r*sin(sd);
Vperiod1=0;
Vperiod2=0;
Vperiod3=0;
Vperiod4=0;
i=0;
while i<n
    i=i+1;
    Vperiod1=Vperiod1+(-12*i/((9-
(2*i)^2)*pi*sinh(2*i*pi)))*sin(2*i*pi*x)*sinh(
2*i*pi*y);
    Vperiod2=Vperiod2+(-12*i^2/((9-
(2*i)^2)*pi*sinh(2*i*pi)))*sinh(2*i*pi*x)*sin(
2*i*pi*y);
    Vperiod3=Vperiod3+(-12*i^3/((9-
(2*i)^2)*pi*sinh(2*i*pi)))*sin(2*i*pi*x)*sinh(
2*i*pi*(1-y));
    Vperiod4=Vperiod4+(-12*i^4/((9-
(2*i)^2)*pi*sinh(2*i*pi)))*sinh(2*i*pi*(1-
x))*sin(2*i*pi*y);
end
Vperiod=Vperiod1+Vperiod2+Vperiod3+Vperiod
4;
```

11. Program Nilai A_0

a. Program Nilai A_0 untuk Fungsi Konstan

```
function A0kons=intmettrapA0kons
h=2*pi/360;
sd=h;
sigma=0;
for r=1:359
    sigma=sigma+Vcirkons(0.5,sd,100);
    sd=sd+h;
end
```

```

A0kons=(h/(2*pi))*(((Vcirkons(0.5,0,100)+
Vcirkons(0.5,2*pi,100))/2)+sigma);
end

```

b. Program Nilai A_0 untuk Fungsi Linier

```

function A0lin=intmettrapA0lin
h=2*pi/360;
sd=h;
sigma=0;
for r=1:359
    sigma=sigma+Vcirlin(0.5,sd,100);
    sd=sd+h;
end
A0lin=(h/(2*pi))*(((Vcirlin(0.5,0,100)+
Vcirlin(0.5,2*pi,100))/2)+sigma);
end

```

c. Program Nilai A_0 untuk Fungsi Kuadrat

```

function A0kuad=intmettrapA0kuad
h=2*pi/360;
sd=h;
sigma=0;
for r=1:359
    sigma=sigma+Vcirkuad(0.5,sd,100);
    sd=sd+h;
end
A0kuad=(h/(2*pi))*(((Vcirkuad(0.5,0,100)+
Vcirkuad(0.5,2*pi,100))/2)+sigma);
end

```

d. Program Nilai A_0 untuk Fungsi Periodik

```

function A0period=intmettrapA0period
h=2*pi/360;
sd=h;
sigma=0;
for r=1:359
    sigma=sigma+Vcirperiod(0.5,sd,100);
    sd=sd+h;
end

```

```

A0period=(h/(2*pi))*(((Vcirperiod(0.5,0,100)+
Vcirperiod(0.5,2*pi,100))/2)+sigma);
end

```

12. Program Nilai A_1

a. Program Nilai A_1 untuk Fungsi Konstan

```

function Alkons=intmetttrapAlkons
h=2*pi/360;
sd=h;
sigma=0;
for r=1:359
    sigma=sigma+Vcirkons(0.5,sd,100)*cos(sd);
    sd=sd+h;
end
Alkons=(h/(0.5*pi))*(((Vcirkons(0.5,0,100)*cos(0)+
Vcirkons(0.5,2*pi,100)*cos(2*pi))/2)+sigma);
end

```

b. Program Nilai A_1 untuk Fungsi Linier

```

function Allin=intmetttrapAllin
h=2*pi/360;
sd=h;
sigma=0;
for r=1:359
    sigma=sigma+Vcirlin(0.5,sd,100)*cos(sd);
    sd=sd+h;
end
Allin=(h/(0.5*pi))*(((Vcirlin(0.5,0,100)*cos(0)+
Vcirlin(0.5,2*pi,100)*cos(2*pi))/2)+sigma);
end

```

c. Program Nilai A_1 untuk Fungsi Kuadrat

```

function Alkuad=intmetttrapAlkuad
h=2*pi/360;
sd=h;
sigma=0;
for r=1:359

```

```

        sigma=sigma+Vcirkquad(0.5,sd,100)*cos(sd);
        sd=sd+h;
    end
    Alkuad=(h/(0.5*pi))*(((Vcirkquad(0.5,0,100)*cos
    (0)+Vcirkquad(0.5,2*pi,100)*cos(2*pi))/2)+sigma
    );
end

```

d. Program Nilai A_1 untuk Fungsi Periodik

```

function Alperiod=intmettrapAlperiod
h=2*pi/360;
sd=h;
sigma=0;
for r=1:359
    sigma=sigma+Vcirperiod(0.5,sd,100)*cos(sd);
    sd=sd+h;
end
Alperiod=(h/(0.5*pi))*(((Vcirperiod(0.5,0,100)
*cos(0)+Vcirperiod(0.5,2*pi,100)*cos(2*pi))/2)
+sigma);
end

```

13. Program Nilai A_2

a. Program Nilai A_2 untuk Fungsi Konstan

```

function A2kons=intmettrapA2kons
h=2*pi/360;
sd=h;
sigma=0;
for r=1:359
    sigma=sigma+Vcirkons(0.5,sd,100)*cos(2*sd);
    sd=sd+h;
end
A2kons=(h/(0.25*pi))*(((Vcirkons(0.5,0,100)*c
os(2*0)+Vcirkons(0.5,2*pi,100)*cos(2*2*pi))/2
)+sigma);
end

```


b. Program Nilai A_2 untuk Fungsi Linier

```
function A2lin=intmettrapA2lin
h=2*pi/360;
sd=h;
sigma=0;
for r=1:359
    sigma=sigma+Vcirlin(0.5,sd,100)*cos(2*sd);
    sd=sd+h;
end
A2lin=(h/(0.25*pi))*(((Vcirlin(0.5,0,100)*cos(2*0)+Vcirlin(0.5,2*pi,100)*cos(2*2*pi))/2)+sigma);
end
```

c. Program Nilai A_2 untuk Fungsi Kuadrat

```
function A2kuad=intmettrapA2kuad
h=2*pi/360;
sd=h;
sigma=0;
for r=1:359
    sigma=sigma+Vcirkwad(0.5,sd,100)*cos(2*sd);
    sd=sd+h;
end
A2kuad=(h/(0.25*pi))*(((Vcirkwad(0.5,0,100)*cos(2*0)+Vcirkwad(0.5,2*pi,100)*cos(2*2*pi))/2)+sigma);
end
```

d. Program Nilai A_2 untuk Fungsi Periodik

```
function A2period=intmettrapA2period
h=2*pi/360;
sd=h;
sigma=0;
for r=1:359
    sigma=sigma+Vcirperiod(0.5,sd,100)*cos(2*sd);
    sd=sd+h;
```

```

end
A2period=(h/(0.25*pi))*(((Vcirperiod(0.5,0,100)*cos(2*0)+Vcirperiod(0.5,2*pi,100)*cos(2*2*pi))/2)+sigma);
end

```

14. Program Nilai A_3

a. Program Nilai A_3 untuk Fungsi Konstan

```

function A3kons=intmettrapA3kons
h=2*pi/360;
sd=h;
sigma=0;
for r=1:359
    sigma=sigma+Vcirkons(0.5,sd,100)*cos(3*sd);
    sd=sd+h;
end
A3kons=(h/(0.125*pi))*(((Vcirkons(0.5,0,100)*cos(3*0)+Vcirkons(0.5,2*pi,100)*cos(3*2*pi))/2)+sigma);
end

```

b. Program Nilai A_3 untuk Fungsi Linier

```

function A3lin=intmettrapA3lin
h=2*pi/360;
sd=h;
sigma=0;
for r=1:359
    sigma=sigma+Vcirlin(0.5,sd,100)*cos(3*sd);
    sd=sd+h;
end
A3lin=(h/(0.125*pi))*(((Vcirlin(0.5,0,100)*cos(3*0)+Vcirlin(0.5,2*pi,100)*cos(3*2*pi))/2)+sigma);
end

```

c. Program Nilai A_3 untuk Fungsi Kuadrat

```
function A3kuad=intmettrapA3kuad
h=2*pi/360;
sd=h;
sigma=0;
for r=1:359
    sigma=sigma+Vcirkquad(0.5, sd, 100)*cos(3*sd);
    sd=sd+h;
end
A3kuad=(h/(0.125*pi))*(((Vcirkquad(0.5, 0, 100)*
cos(3*0)+Vcirkquad(0.5, 2*pi, 100)*cos(3*2*pi))/
2)+sigma);
end
```

d. Program Nilai A_3 untuk Fungsi Periodik

```
function A3period=intmettrapA3period
h=2*pi/360;
sd=h;
sigma=0;
for r=1:359
    sigma=sigma+Vcirperiod(0.5, sd, 100)*cos(3*sd);
    sd=sd+h;
end
A3period=(h/(0.125*pi))*(((Vcirperiod(0.5, 0, 1
00)*cos(3*0)+Vcirperiod(0.5, 2*pi, 100)*cos(3*2
*pi))/2)+sigma);
end
```

15. Program Nilai B_1

a. Program Nilai B_1 untuk Fungsi Konstan

```
function B1kons=intmettrapB1kons
h=2*pi/360;
sd=h;
sigma=0;
for r=1:359
    sigma=sigma+Vcirkons(0.5, sd, 100)*sin(sd);
    sd=sd+h;
end
```

```

Blkons=(h/(0.5*pi))*(((Vcirkons(0.5,0,100)*sin(0)+Vcirkons(0.5,2*pi,100)*sin(2*pi))/2)+sigma);
end

```

b. Program Nilai B₁ untuk Fungsi Linier

```

function Bllin=intmettrapBllin
h=2*pi/360;
sd=h;
sigma=0;
for r=1:359
    sigma=sigma+Vcirlin(0.5,sd,100)*sin(sd);
    sd=sd+h;
end
Bllin=(h/(0.5*pi))*(((Vcirlin(0.5,0,100)*sin(0)+Vcirlin(0.5,2*pi,100)*sin(2*pi))/2)+sigma);
end

```

c. Program Nilai B₁ untuk Fungsi Kuadrat

```

function B1kuad=intmettrapB1kuad
h=2*pi/360;
sd=h;
sigma=0;
for r=1:359
    sigma=sigma+Vcirkuad(0.5,sd,100)*sin(sd);
    sd=sd+h;
end
B1kuad=(h/(0.5*pi))*(((Vcirkuad(0.5,0,100)*sin(0)+Vcirkuad(0.5,2*pi,100)*sin(2*pi))/2)+sigma);
end

```

d. Program Nilai B₁ untuk Fungsi Periodik

```

function B1period=intmettrapB1period
h=2*pi/360;
sd=h;
sigma=0;
for r=1:359

```



```

        sigma=sigma+Vcirperiod(0.5,sd,100)*sin(sd);
        sd=sd+h;
    end
    B1period=(h/(0.5*pi))*(((Vcirperiod(0.5,0,100)*sin(0)+Vcirperiod(0.5,2*pi,100)*sin(2*pi))/2)+sigma);
end

```

16. Program Nilai B₂

a. Program Nilai B₂ untuk Fungsi Konstan

```

function B2kons=intmettrapB2kons
h=2*pi/360;
sd=h;
sigma=0;
for r=1:359
    sigma=sigma+Vcirkons(0.5,sd,100)*sin(2*sd);
    sd=sd+h;
end
B2kons=(h/(0.25*pi))*(((Vcirkons(0.5,0,100)*sin(2*0)+Vcirkons(0.5,2*pi,100)*sin(2*2*pi))/2)+sigma);
end

```

b. Program Nilai B₂ untuk Fungsi Linier

```

function B2lin=intmettrapB2lin
h=2*pi/360;
sd=h;
sigma=0;
for r=1:359
    sigma=sigma+Vcirlin(0.5,sd,100)*sin(2*sd);
    sd=sd+h;
end
B2lin=(h/(0.25*pi))*(((Vcirlin(0.5,0,100)*sin(2*0)+Vcirlin(0.5,2*pi,100)*sin(2*2*pi))/2)+sigma);
end

```

c. Program Nilai B_2 untuk Fungsi Kuadrat

```
function B2kuad=intmettrapB2kuad
h=2*pi/360;
sd=h;
sigma=0;
for r=1:359
    sigma=sigma+Vcirkquad(0.5,sd,100)*sin(2*sd);
    sd=sd+h;
end
B2kuad=(h/(0.25*pi))*(((Vcirkquad(0.5,0,100)*sin(2*0)+Vcirkquad(0.5,2*pi,100)*sin(2*2*pi))/2)+sigma);
end
```

d. Program Nilai B_2 untuk Fungsi Periodik

```
function B2period=intmettrapB2period
h=2*pi/360;
sd=h;
sigma=0;
for r=1:359
    sigma=sigma+Vcirperiod(0.5,sd,100)*sin(2*sd);
    sd=sd+h;
end
B2period=(h/(0.25*pi))*(((Vcirperiod(0.5,0,100)*sin(2*0)+Vcirperiod(0.5,2*pi,100)*sin(2*2*pi))/2)+sigma);
end
```

17. Program Nilai B_3

a. Program Nilai B_3 untuk Fungsi Konstan

```
function B3kons=intmettrapB3konsh=2*pi/360;
sd=h;
sigma=0;
for r=1:359
    sigma=sigma+Vcirkons(0.5,sd,100)*sin(3*sd);
    sd=sd+h;
end
```

```

B3kons=(h/(0.125*pi))*(((Vcirkons(0.5,0,100)*
sin(3*0)+Vcirkons(0.5,2*pi,100)*sin(3*2*pi))/
2)+sigma);
end

```

b. Program Nilai B₃ untuk Fungsi Linier

```

function B3lin=intmettrapB3lin
h=2*pi/360;
sd=h;
sigma=0;
for r=1:359
    sigma=sigma+Vcirlin(0.5,sd,100)*sin(3*sd);
    sd=sd+h;
end
B3lin=(h/(0.125*pi))*(((Vcirlin(0.5,0,100)*si
n(3*0)+Vcirlin(0.5,2*pi,100)*sin(3*2*pi))/2)+
sigma);
end

```

c. Program Nilai B₃ untuk Fungsi Kuadrat

```

function B3kuad=intmettrapB3kuad
h=2*pi/360;
sd=h;
sigma=0;
for r=1:359
    sigma=sigma+Vcirkuad(0.5,sd,100)*sin(3*sd);
    sd=sd+h;
end
B3kuad=(h/(0.125*pi))*(((Vcirkuad(0.5,0,100)*
sin(3*0)+Vcirkuad(0.5,2*pi,100)*sin(3*2*pi))/
2)+sigma);
end

```

d. Program Nilai B₃ untuk Fungsi Periodik

```

function B3period=intmettrapB3period
h=2*pi/360;
sd=h;
sigma=0;
for r=1:359

```

```

sigma=sigma+Vcirperiod(0.5,sd,100)*sin(3*sd);
sd=sd+h;
end
B3period=(h/(0.125*pi))*(((Vcirperiod(0.5,0,1
00)*sin(3*0)+Vcirperiod(0.5,2*pi,100)*sin(3*2
*pi))/2)+sigma);
end

```

18. Program Nilai Ve

a. Program Nilai Ve untuk Fungsi Konstan

```

function Vkons=Vekons(r,sd)
A0=2.5000;
A1=-1.6692;
A2=2.1884;
A3=-1.9126;
B1=-1.6692;
B2=-2.2453e-14;
B3=1.9126;
sd=sd*pi/180;
Vekons=A0+(A1*cos(sd)+B1*sin(sd))*r+(A2*cos(2
*sd)+B2*sin(2*sd))*r^2+(A3*cos(3*sd)+B3*sin(3
*sd))*r^3;
Vkons=Vekons;
end

```

b. Program Nilai Ve untuk Fungsi Linier

```

function Vlin=Velin(r,sd)
A0=2.5000;
A1=-1.0078;
A2=2.1884;
A3=-5.7382;
B1=-0.6770;
B2=-2.0000;
B3=7.6510;
sd=sd*pi/180;

```



```

Velin=A0+(A1*cos(sd)+B1*sin(sd))*r+(A2*cos(2*
sd)+B2*sin(2*sd))*r^2+(A3*cos(3*sd)+B3*sin(3*
sd))*r^3;
Vlin=Velin;
end

```

c. Program Nilai Ve untuk Fungsi Kuadrat

```

function Vkuad=Vekquad(r,sd)
A0=3.0797;
A1=-2.1038;
A2=3.0000;
A3=-3.3385;
B1=-2.1038;
B2=-2.3709e-14;
B3=3.3385;
sd=sd*pi/180;
Vekquad=A0+(A1*cos(sd)+B1*sin(sd))*r+(A2*cos(2
*sd)+B2*sin(2*sd))*r^2+(A3*cos(3*sd)+B3*sin(3
*sd))*r^3;
Vkuad=Vekquad;
end

```

e. Program Nilai Ve untuk Fungsi Periodik

```

function Vperiod=Veperiod(r,sd)
A0=-1.5572e-15;
A1=0.9281;
A2=-1.0761e-15;
A3=-8.0018;
B1=1.3922;
B2=-3.2319;
B3=12.0027;
sd=sd*pi/180;
Veperiod=A0+(A1*cos(sd)+B1*sin(sd))*r+(A2*cos
(2*sd)+B2*sin(2*sd))*r^2+(A3*cos(3*sd)+B3*sin
(3*sd))*r^3;
Vperiod=Veperiod;
end

```

19. Program Fungsi Nilai Ve

a. Program Fungsi Nilai Ve untuk Fungsi Konstan

```
function Nilai_Vekons(r,sdmin,sdmax)
dsd=(sdmax-sdmin)/36;
sd=sdmin:dsd:sdmax;
m=length(sd);
for i=1:m
    sudut=sd(i)
    sudut=sd(i)*180/pi;
    Vkons(i)=Vekons(r,sd(i));
    Nilai_Vekons=Vkons(i)
end
```

b. Program Fungsi Nilai Ve untuk Fungsi Linier

```
function Nilai_Velin(r,sdmin,sdmax)
dsd=(sdmax-sdmin)/36;
sd=sdmin:dsd:sdmax;
m=length(sd);
for i=1:m
    sudut=sd(i)
    sudut=sd(i)*180/pi;
    Vlin(i)=Velin(r,sd(i));
    Nilai_Velin=Vlin(i)
end
```

c. Program Fungsi Nilai Ve untuk Fungsi Kuadrat

```
function Nilai_Vekuat(r,sdmin,sdmax)
dsd=(sdmax-sdmin)/36;
sd=sdmin:dsd:sdmax;
m=length(sd);
for i=1:m
    sudut=sd(i)
    sudut=sd(i)*180/pi;
    Vkuat(i)=Vekuat(r,sd(i));
    Nilai_Vekuat=Vkuat(i)
end
```

d. Program Fungsi Nilai Ve untuk Fungsi Periodik

```
function Nilai_Veperiod(r, sdmin, sdmax)
dsd=(sdmax-sdmin)/36;
sd=sdmin:dsd:sdmax;
m=length(sd);
for i=1:m
    sudut=sd(i)
    sudut=sd(i)*180/pi;
    Vperiod(i)=Veperiod(r, sd(i));
    Nilai_Veperiod=Vperiod(i)
end
```

LAMPIRAN B

TABEL

Tabel B.1 Nilai V pada Perhitungan Koordinat Kartesian

Sudut	Konstan	Linier	Kuadrat	Periodik
0	1,9936	1,9873	3,0000	-2,0224E-15
10	2,0009	2,3446	2,8822	2,0453
20	1,9826	2,6193	2,5545	2,2925
30	1,9040	2,7210	2,1115	2,2416
40	1,7211	2,5489	1,6962	0,3765
50	1,4617	2,1504	1,4357	0,2566
60	1,2432	1,7580	1,3615	0,6668
70	1,1054	1,4546	1,4054	1,1686
80	1,0276	1,2051	1,4727	1,0280
90	0,9968	0,9936	1,5000	-9,8301E-16
100	1,0360	0,8784	1,4817	-1,0103
110	1,1762	0,9416	1,4786	-1,0893
120	1,5015	1,3990	1,6124	-0,4982
130	2,1080	2,5029	2,0315	-0,0016
140	2,8920	3,9821	2,8196	0,5976
150	3,4985	4,9066	3,8794	2,3757
160	3,8238	5,0269	4,9445	4,5305
170	3,9641	4,6368	5,7197	4,0763
180	3,9873	3,9745	6,0000	8,5271E-15
190	3,9725	3,2895	5,7287	-4,0881
200	3,8946	2,6151	5,0176	-4,5834
210	3,7568	2,0738	4,1304	-2,4881
220	3,5383	1,7257	3,4154	-0,7676

230	3,2789	1,6054	3,1549	-0,6477
240	3,0960	1,7151	3,3804	-1,9133
250	3,0174	2,0255	3,8686	-3,4595
260	2,9992	2,4817	4,3192	-3,0708
270	2,9905	2,9809	4,5000	-1,2547E-14
280	2,9908	3,4909	4,3102	3,0531
290	2,9466	3,8241	3,7954	3,3801
300	2,8377	3,8062	3,1294	1,7448
310	2,6326	3,2224	2,5591	0,3928
320	2,3674	2,2621	2,2920	-0,2065
330	2,1623	1,6202	2,3624	-1,1292
340	2,0534	1,4930	2,6277	-2,2397
350	2,0093	1,6798	2,8912	-2,0335
360	1,9936	1,9873	3,0000	-8,3365E-15

Tabel B.2 Perbandingan Vcir dan Ve untuk Fungsi Konstan

Sudut	Nilai Vcir	Nilai Ve	Selisih
0	1,9936	1,9734	0,0202
10	2,0009	1,9598	0,0411
20	1,9826	1,9369	0,0457
30	1,9040	1,8725	0,0315
40	1,7211	1,7458	0,0247
50	1,4617	1,5558	0,0941
60	1,2432	1,3254	0,0822
70	1,1054	1,0987	0,0067
80	1,0276	0,9315	0,0961
90	0,9968	0,8792	0,1176

100	1,0360	0,9823	0,0537
110	1,1762	1,2555	0,0793
120	1,5015	1,6819	0,1804
130	2,1080	2,2146	0,1066
140	2,8920	2,7854	0,1066
150	3,4985	3,3181	0,1804
160	3,8238	3,7445	0,0793
170	3,9641	4,0177	0,0536
180	3,9873	4,1208	0,1335
190	3,9725	4,0685	0,0960
200	3,8946	3,9013	0,0067
210	3,7568	3,6746	0,0822
220	3,5383	3,4442	0,0941
230	3,2789	3,2542	0,0247
240	3,0960	3,1275	0,0315
250	3,0174	3,0631	0,0457
260	2,9992	3,0402	0,0410
270	2,9905	3,0266	0,0361
280	2,9908	2,9895	0,0013
290	2,9466	2,9063	0,0403
300	2,8377	2,7710	0,0667
310	2,6326	2,5954	0,0372
320	2,3674	2,4046	0,0372
330	2,1623	2,2290	0,0667
340	2,0534	2,0937	0,0403
350	2,0093	2,0105	0,0012
360	1,9936	1,9734	0,0202
Rata-rata selisih			0,0003

Tabel B.3 Perbandingan Vcir dan Ve untuk Fungsi Linier

Sudut	Nilai Vcir	Nilai Ve	Selisih
0	1,9873	1,8259	0,1614
10	2,3446	2,1451	0,1995
20	2,6193	2,4780	0,1413
30	2,7210	2,6913	0,0297
40	2,5489	2,6859	0,1370
50	2,1504	2,4288	0,2784
60	1,7580	1,9656	0,2076
70	1,4546	1,4121	0,0425
80	1,2051	0,9244	0,2807
90	0,9936	0,6580	0,3356
100	0,8784	0,7242	0,1542
110	0,9416	1,1572	0,2156
120	1,3990	1,9010	0,5020
130	2,5029	2,8190	0,3161
140	3,9821	3,7254	0,2567
150	4,9066	4,4301	0,4765
160	5,0269	4,7851	0,2418
170	4,6368	4,7219	0,0851
180	3,9745	4,2683	0,2938
190	3,2895	3,5411	0,2516
200	2,6151	2,7174	0,1023
210	2,0738	1,9898	0,0840
220	1,7257	1,5193	0,2064
230	1,6054	1,3964	0,2090
240	1,7151	1,6213	0,0938
250	2,0255	2,1069	0,0814

260	2,4817	2,7054	0,2237
270	2,9809	3,2478	0,2669
280	3,4909	3,5896	0,0987
290	3,8241	3,6474	0,1767
300	3,8062	3,4179	0,3883
310	3,2224	2,9758	0,2466
320	2,2621	2,4494	0,1873
330	1,6202	1,9830	0,3628
340	1,4930	1,6959	0,2029
350	1,6798	1,6483	0,0315
360	1,9873	1,8259	0,1614
Rata-rata selisih			0,0028

Tabel B.4 Perbandingan Vcir dan Ve untuk Fungsi Kuadrat

Sudut	Nilai Vcir	Nilai Ve	Selisih
0	3,0000	2,3605	0,6395
10	2,8822	2,4131	0,4691
20	2,5545	2,4587	0,0958
30	2,1115	2,4351	0,3236
40	1,6962	2,2980	0,6018
50	1,4357	2,0376	0,6019
60	1,3615	1,6851	0,3236
70	1,4054	1,3097	0,0957
80	1,4727	1,0036	0,4691
90	1,5000	0,8605	0,6395
100	1,4817	0,9516	0,5301

110	1,4786	1,3064	0,1722
120	1,6124	1,9024	0,2900
130	2,0315	2,6671	0,6356
140	2,8196	3,4923	0,6727
150	3,8794	4,2570	0,3776
160	4,9445	4,8530	0,0915
170	5,7197	5,2078	0,5119
180	6,0000	5,2989	0,7011
190	5,7287	5,1558	0,5729
200	5,0176	4,8497	0,1679
210	4,1304	4,4743	0,3439
220	3,4154	4,1218	0,7064
230	3,1549	3,8614	0,7065
240	3,3804	3,7243	0,3439
250	3,8686	3,7007	0,1679
260	4,3192	3,7463	0,5729
270	4,5000	3,7989	0,7011
280	4,3102	3,7982	0,5120
290	3,7954	3,7039	0,0915
300	3,1294	3,5070	0,3776
310	2,5591	3,2319	0,6728
320	2,2920	2,9275	0,6355
330	2,3624	2,6524	0,2900
340	2,6277	2,4555	0,1722
350	2,8912	2,3612	0,5300
360	3,0000	2,3605	0,6395
Rata-rata selisih			0,0173

Tabel B.5 Perbandingan Vcir dan Ve untuk Fungsi Periodik

Sudut	Nilai Vcir	Nilai Ve	Selisih
0	-2,0224E-15	-0,5362	0,5362
10	2,0453	0,1855	1,8598
20	2,2925	0,9540	1,3385
30	2,2416	1,5505	0,6911
40	0,3765	1,8067	1,4302
50	0,2566	1,6522	1,3956
60	0,6668	1,1354	0,4686
70	1,1686	0,4095	0,7591
80	1,0280	-0,3095	1,3375
90	-9,8301E-16	-0,8042	0,8042
100	-1,0103	-0,9182	0,0921
110	-1,0893	-0,6016	0,4877
120	-0,4982	0,0703	0,5685
130	-0,0016	0,9146	0,9162
140	0,5976	1,6869	1,0893
150	2,3757	2,1462	0,2295
160	4,5305	2,1208	2,4097
170	4,0763	1,5566	2,5197
180	8,5271E-15	0,5362	0,5362
190	-4,0881	-0,7382	3,3499
200	-4,5834	-1,9927	2,5907
210	-2,4881	-2,9500	0,4619
220	-0,7676	-3,3981	2,6305
230	-0,6477	-3,2436	2,5959
240	-1,9133	-2,5348	0,6215
250	-3,4595	-1,4482	2,0113

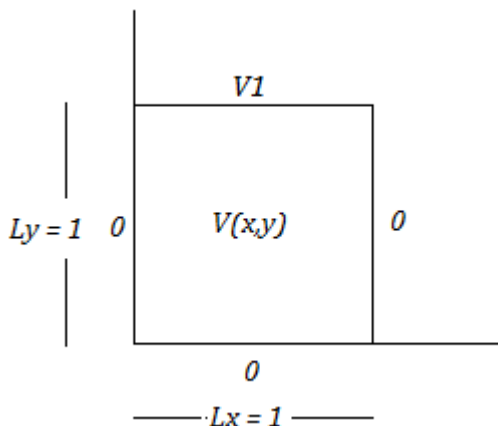
260	-3,0708	-0,2432	2,8276
270	-1,2547E-14	0,8042	0,8042
280	3,0531	1,4708	1,5823
290	3,3801	1,6403	1,7398
300	1,7448	1,3291	0,4157
310	0,3928	0,6768	0,2840
320	-0,2065	-0,0955	0,1110
330	-1,1292	-0,7468	0,3824
340	-2,2397	-1,0821	1,1576
350	-2,0335	-1,0039	1,0296
360	-8,3365E-15	-0,5362	0,5362
Rata-rata selisih			0,0415

LAMPIRAN C

PERHITUNGAN

1. Persamaan Potensial Listrik Fungsi Konstan

a. Potensial Listrik Sisi Atas



$$V(x,y) = \sum_1^{\infty} C_n \sin \frac{n\pi x}{L_x} \sinh \frac{n\pi y}{L_x}$$

Karena L_x sama dengan 1, maka

$$V(x,y) = \sum_1^{\infty} C_n \sin n\pi x \sinh n\pi y$$

Pada sisi atas, $y = L_y = 1$, maka persamaan di atas dapat ditulis;

$$V_1 = \sum_1^{\infty} C_n \sin n\pi x \sinh n\pi$$

Deret fourier untuk periode 2π

$$f(x) = A_0 + \sum A_n \cos nx + \sum B_n \sin nx$$

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$$

$$A_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx$$

$$B_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx$$

Untuk periode $2l$

$$f(x) = A_0 + \sum A_n \cos \frac{n\pi}{l} x + \sum B_n \sin \frac{n\pi}{l} x$$

$$A_0 = \frac{1}{2l} \int_{-l}^l f(x) dx$$

$$A_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \cos \frac{n\pi}{l} x dx$$

$$B_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \sin \frac{n\pi}{l} x dx$$

Dari deret fourier di atas diketahui bahwa nilai $B_n = C_n \sinh n\pi$ maka didapatkan persamaan sebagai berikut:

$$C_n \sinh n\pi = \frac{1}{l} \int_{-l}^l V_1 \sin \frac{n\pi}{l} x dx$$

Karena $l=1$, maka;

$$C_n \sinh n\pi = \int_{-1}^1 V_1 \sin n\pi x dx = \int_0^1 2V_1 \sin n\pi x dx$$

$$\begin{aligned}
 C_n &= \frac{2V_1}{\sinh n\pi} \int_0^1 \sin n\pi x \, dx \\
 C_n &= \frac{2V_1}{\sinh n\pi} \left[-\frac{1}{n\pi} \cos n\pi x \right]_0^1 \\
 C_n &= -\frac{2V_1}{n\pi \sinh n\pi} [\cos n\pi - \cos 0] \\
 C_n &= -\frac{2V_1}{n\pi \sinh n\pi} [\pm 1 - 1] \quad \begin{array}{l} + \rightarrow n = \text{genap} \\ - \rightarrow n = \text{ganjil} \end{array} \\
 C_n &= \begin{cases} 0, & n = \text{genap} \\ \frac{4V_1}{n\pi \sinh n\pi}, & n = \text{ganjil} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Maka;

$$V(x, y) = \sum_{n=\text{ganjil}} \frac{4V_1}{n\pi \sinh n\pi} \sin n\pi x \sinh n\pi y$$

Sehingga;

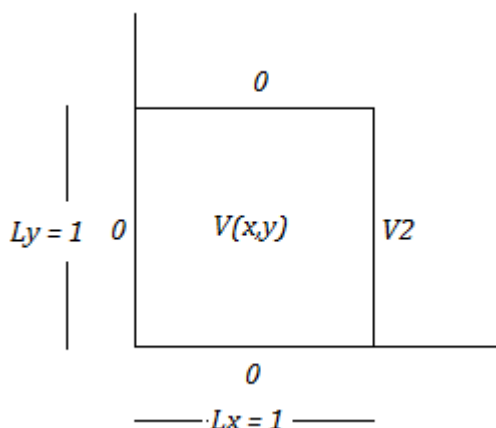
$$V(x, y) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{4V_1}{(2i-1)\pi \sinh[(21-i)\pi]} \sin(2i-1)\pi x \sinh(2i-1)\pi y$$

V_1 pada penelitian ini adalah 1. Maka persamaan di atas menjadi:

$$V(x, y) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{4}{(2i-1)\pi \sinh[(21-i)\pi]} \sin(2i-1)\pi x \sinh(2i-1)\pi y$$

Persamaan tersebutlah yang dimasukkan ke dalam program MATLAB untuk V_1 fungsi konstan.

b. Potensial Listrik Sisi Kanan



$$V(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin \frac{n\pi y}{L_y} \sinh \frac{n\pi x}{L_y}$$

Karena L_y sama dengan 1, maka

$$V(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin n\pi y \sinh n\pi x$$

Pada sisi kanan ini, $x=L_x=1$ maka persamaan di atas dapat ditulis;

$$V_2 = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin n\pi y \sinh n\pi$$

Deret fourier untuk periode 2π

$$f(x) = A_0 + \sum A_n \cos nx + \sum B_n \sin nx$$

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$$

$$A_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx$$

$$B_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx$$

Untuk periode $2l$

$$f(x) = A_0 + \sum_l A_n \cos \frac{n\pi}{l} x + \sum_l B_n \sin \frac{n\pi}{l} x$$

$$A_0 = \frac{1}{2l} \int_{-l}^l f(x) dx$$

$$A_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \cos \frac{n\pi}{l} x dx$$

$$B_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \sin \frac{n\pi}{l} x dx$$

Dari persamaan sebelumnya dan deret fourier tersebut diketahui $B_n = C_n \sinh n\pi$ maka;

$$C_n \sinh n\pi = \frac{1}{l} \int_{-l}^l V_2 \sin \frac{n\pi}{l} x dx$$

Karena $l=1$, maka;

$$C_n \sinh n\pi = \int_{-1}^1 V_2 \sin n\pi x dx = \int_0^1 2 V_2 \sin n\pi x dx$$

$$\begin{aligned}
 C_n &= \frac{2V_2}{\sinh n\pi} \int_0^1 \sin n\pi x \, dx \\
 C_n &= \frac{V_2}{\sinh n\pi} \left[-\frac{1}{n\pi} \cos n\pi x \right]_0^1 \\
 C_n &= -\frac{2V_2}{n\pi \sinh n\pi} [\cos n\pi - \cos 0] \\
 C_n &= -\frac{2V_2}{n\pi \sinh n\pi} [\pm 1 - 1] \quad \begin{array}{l} + \rightarrow n = \text{genap} \\ - \rightarrow n = \text{ganjil} \end{array} \\
 C_n &= \begin{cases} 0, & n = \text{genap} \\ \frac{4V_2}{n\pi \sinh n\pi}, & n = \text{ganjil} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Maka;

$$V(x, y) = \sum_{n=\text{ganjil}} \frac{4V_2}{n\pi \sinh n\pi} \sin n\pi y \sinh n\pi x$$

Sehingga;

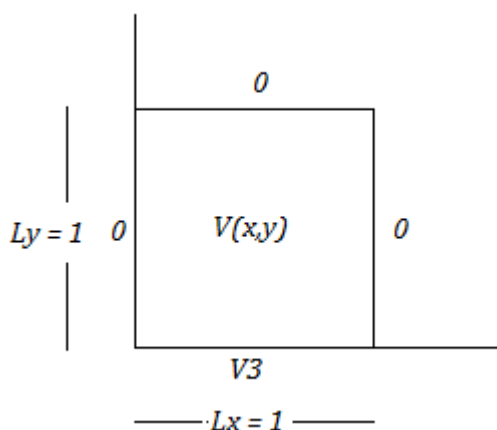
$$V(x, y) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{4V_2}{(2i-1)\pi \sinh[(21-i)\pi]} \frac{\sin(2i-1)\pi y \sinh(2i-1)\pi x}{\sinh(2i-1)\pi x}$$

V_2 pada penelitian ini adalah 2. Maka persamaan di atas menjadi:

$$V(x, y) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{4 \times 2}{(2i-1)\pi \sinh[(21-i)\pi]} \frac{\sin(2i-1)\pi y \sinh(2i-1)\pi x}{\sinh(2i-1)\pi x}$$

Persamaan tersebutlah yang dimasukkan ke dalam program MATLAB untuk V_2 fungsi konstan.

c. Potensial Listrik Sisi Bawah



$$V(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin \frac{n\pi x}{L_x} \sinh \frac{n\pi(L_x - y)}{L_x}$$

Karena L_x sama dengan 1, maka

$$V(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin n\pi x \sinh n\pi(1 - y)$$

Pada sisi bawah nilai $y=0$ maka persamaan di atas dapat ditulis;

$$V_3 = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin n\pi x \sinh n\pi$$

Deret fourier untuk periode 2π

$$f(x) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos nx + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin nx$$

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$$

$$A_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx \, dx$$

$$B_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx \, dx$$

Untuk periode $2l$

$$f(x) = A_0 + \sum A_n \cos \frac{n\pi}{l} x + \sum B_n \sin \frac{n\pi}{l} x$$

$$A_0 = \frac{1}{2l} \int_{-l}^l f(x) \, dx$$

$$A_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \cos \frac{n\pi}{l} x \, dx$$

$$B_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \sin \frac{n\pi}{l} x \, dx$$

Maka didapatkan $B_n = C_n \sinh n\pi$ sehingga;

$$C_n \sinh n\pi = \frac{1}{l} \int_{-l}^l V_3 \sin \frac{n\pi}{l} x \, dx$$

Karena $l=1$, maka;

$$C_n \sinh n\pi = \int_{-1}^1 V_3 \sin n\pi x \, dx = \int_0^1 2 V_3 \sin n\pi x \, dx$$

$$C_n = \frac{2V_3}{\sinh n\pi} \int_0^1 \sin n\pi x \, dx$$

$$C_n = \frac{V_3}{\sinh n\pi} \left[-\frac{1}{n\pi} \cos n\pi x \right]_0^1$$

$$C_n = -\frac{2V_3}{n\pi \sinh n\pi} [\cos n\pi - \cos 0]$$

$$C_n = -\frac{2V_3}{n\pi \sinh n\pi} [\pm 1 - 1] \quad \begin{array}{l} + \rightarrow n = \text{genap} \\ - \rightarrow n = \text{ganjil} \end{array}$$

$$C_n = \begin{cases} 0, & n = \text{genap} \\ \frac{4V_3}{n\pi \sinh n\pi}, & n = \text{ganjil} \end{cases}$$

Maka;

$$V(x, y) = \sum_{n=\text{ganjil}} \frac{4V_3}{n\pi \sinh n\pi} \sin n\pi x \sinh n\pi(1-y)$$

Sehingga;

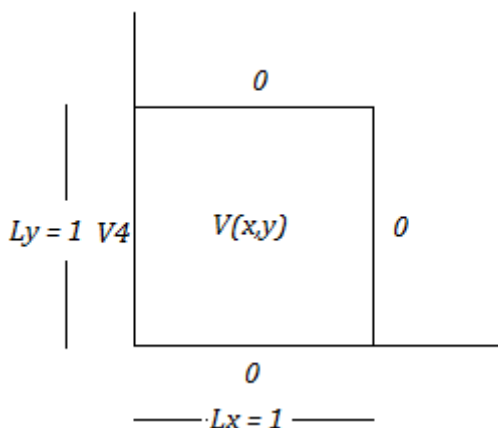
$$V(x, y) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{4V_3}{(2i-1)\pi \sinh[(21-i)\pi]} \sin(2i-1)\pi x \sinh((2i-1)\pi(1-y))$$

V_3 pada penelitian ini adalah 3. Maka persamaan di atas menjadi:

$$V(x, y) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{4 \times 3}{(2i-1)\pi \sinh[(21-i)\pi]} \sin(2i-1)\pi x \sinh((2i-1)\pi(1-y))$$

Persamaan tersebutlah yang dimasukkan ke dalam program MATLAB untuk V_3 fungsi konstan.

d. Potensial Listrik Sisi Kiri



$$V(x,y) = \sum_1^{\infty} C_n \sin \frac{n\pi y}{L_y} \sinh \frac{n\pi(L_y - x)}{L_y}$$

Karena L_y sama dengan 1, maka

$$V(x,y) = \sum_1^{\infty} C_n \sin n\pi y \sinh n\pi(1-x)$$

Pada sisi kiri ini nilai $x = 0$, maka persamaan di atas dapat ditulis;

$$V_4 = \sum_1^{\infty} C_n \sin n\pi y \sinh n\pi$$

Deret fourier untuk periode 2π

$$f(x) = A_0 + \sum_{-\pi}^{\pi} A_n \cos nx + \sum B_n \sin nx$$

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$$

$$A_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx \, dx$$

$$B_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx \, dx$$

Untuk periode $2l$

$$f(x) = A_0 + \sum A_n \cos \frac{n\pi}{l} x + \sum B_n \sin \frac{n\pi}{l} x$$

$$A_0 = \frac{1}{2l} \int_{-l}^l f(x) \, dx$$

$$A_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \cos \frac{n\pi}{l} x \, dx$$

$$B_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \sin \frac{n\pi}{l} x \, dx$$

Kemudian didapatkan $B_n = C_n \sinh n\pi$ maka;

$$C_n \sinh n\pi = \frac{1}{l} \int_{-l}^l V_4 \sin \frac{n\pi}{l} x \, dx$$

Karena $l=1$, maka;

$$C_n \sinh n\pi = \int_{-1}^1 V_4 \sin n\pi x \, dx = \int_0^1 2 V_4 \sin n\pi x \, dx$$

$$C_n = \frac{2V_4}{\sinh n\pi} \int_0^1 \sin n\pi x \, dx$$

$$C_n = \frac{V_4}{\sinh n\pi} \left[-\frac{1}{n\pi} \cos n\pi x \right]_0^1$$

$$C_n = -\frac{2V_4}{n\pi \sinh n\pi} [\cos n\pi - \cos 0]$$

$$C_n = -\frac{2V_4}{n\pi \sinh n\pi} [\pm 1 - 1] \quad \begin{array}{l} + \rightarrow n = \text{genap} \\ - \rightarrow n = \text{ganjil} \end{array}$$

$$C_n = \begin{cases} 0, & n = \text{genap} \\ \frac{4V_4}{n\pi \sinh n\pi}, & n = \text{ganjil} \end{cases}$$

Maka;

$$V(x, y) = \sum_{n=\text{ganjil}} \frac{4V_4}{n\pi \sinh n\pi} \sin n\pi y \sinh n\pi(1-x)$$

Sehingga;

$$V(x, y) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{4V_4}{(2i-1)\pi \sinh[(2i-1)\pi]} \sin(2i-1)\pi y \sinh((2i-1)\pi(1-x))$$

V_4 pada penelitian ini adalah 4. Maka persamaan di atas menjadi:

$$V(x, y) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{4 \times 4}{(2i-1)\pi \sinh[(2i-1)\pi]} \sin(2i-1)\pi y \sinh((2i-1)\pi(1-x))$$

Persamaan tersebutlah yang dimasukkan ke dalam program MATLAB untuk V_4 fungsi konstan.

2. Persamaan Potensial Listrik Fungsi Linier

Perhitungan awal pada potensial listrik fungsi linier sama seperti persamaan potensial listrik fungsi konstan, sehingga tidak akan ditulis mulai dari awal. $V(x)$ pada sisi atas didefinisikan sebagai $2x$. Pada perhitungan ini akan dimulai dari:

$$C_n \sinh n\pi = \int_{-1}^1 2x \sin n\pi x dx = \int_0^1 4x \sin n\pi x dx$$

Bentuk persamaan di atas dapat diselesaikan dengan cara:

$$\int u dv = uv - \int v du$$

dimisalkan:

$$u = 4x$$

$$du = 4 dx$$

$$dv = \sin n\pi x$$

$$v = -\frac{\cos n\pi x}{n\pi}$$

Maka;

$$\begin{aligned} \int_0^1 4x \sin n\pi x dx &= -\frac{4x \cos n\pi x}{n\pi} + \int \frac{4 \cos n\pi x}{n\pi} dx \\ &= -\frac{4x \cos n\pi x}{n\pi} + \frac{4}{n\pi} \int \cos n\pi x dx \\ &= -\frac{4x \cos n\pi x}{n\pi} + \frac{4 \sin n\pi x}{n^2 \pi^2} \\ &= \left. \frac{-4n\pi x \cos n\pi x + 4 \sin n\pi x}{n^2 \pi^2} \right|_0^1 \\ &= \frac{-4n\pi \cos n\pi}{n^2 \pi^2} \end{aligned}$$

Sehingga;

$$C_n \sinh n\pi = \frac{-4n\pi \cos n\pi}{n^2 \pi^2}$$

$$C_n = \frac{-4n\pi \cos n\pi}{n^2 \pi^2 \sinh n\pi}$$

$$C_n = \frac{-4n\pi (\pm 1)}{n^2 \pi^2 \sinh n\pi} \quad + \rightarrow \text{genap}$$

$$C_n = \frac{-4n\pi (\pm 1)}{n^2 \pi^2 \sinh n\pi} \quad - \rightarrow \text{ganjil}$$

$$C_n = \frac{-4n\pi(-1^n)}{n^2\pi^2 \sinh n\pi}$$

Maka setelah disubstitusikan ke persamaan awalnya akan menjadi seperti ini:

a. Potensial Listrik Sisi Atas

$$V(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{-4n\pi(-1^n)}{n^2\pi^2 \sinh n\pi} \sin n\pi x \sinh n\pi y$$

b. Potensial Listrik Sisi Kanan

$$V(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{-4n\pi(-1^n) \times 2}{n^2\pi^2 \sinh n\pi} \sin n\pi y \sinh n\pi x$$

c. Potensial Listrik Sisi Bawah

$$V(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{-4n\pi(-1^n) \times 3}{n^2\pi^2 \sinh n\pi} \sin n\pi x \sinh n\pi(1 - y)$$

d. Potensial Listrik Sisi Kiri

$$V(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{-4n\pi(-1^n) \times 4}{n^2\pi^2 \sinh n\pi} \sin n\pi y \sinh n\pi(1 - x)$$

3. Persamaan Potensial Listrik Fungsi Kuadrat

$V(x)$ pada sisi atas untuk potensial listrik fungsi kuadrat didefinisikan sebagai $-6x^2+6x$. Pada perhitungan ini akan dimulai dari:

$$\begin{aligned}
 f(x) &= C_n \sinh n\pi = \int_{-1}^1 (-6x^2 + 6x) \sin n\pi x \, dx \\
 &= \int_0^1 (-12x^2 + 12x) \sin n\pi x \, dx \\
 &= -12 \int_0^1 x^2 \sin n\pi x \, dx + 12 \int_0^1 x \sin n\pi x \, dx
 \end{aligned}$$

Dicari penyelesaian dari:

$$f(x) = -12 \int_0^1 x^2 \sin n\pi x \, dx + 12 \int_0^1 x \sin n\pi x \, dx$$

Dimisalkan untuk $x^2 \sin n\pi x$:

$$\begin{aligned}
 u &= x^2, & dv &= \sin n\pi x \\
 du &= 2x \, dx, & v &= -\frac{\cos n\pi x}{n\pi}
 \end{aligned}$$

Maka,

$$\begin{aligned}
 f(x) &= \frac{12x^2 \cos n\pi x}{n\pi} - \frac{24}{n\pi} \int x \cos n\pi x \, dx \\
 &\quad + 12 \int x \sin n\pi x \, dx
 \end{aligned}$$

Dimisalkan lagi untuk $x \cos n\pi x$:

$$\begin{aligned}
 u &= x, & dv &= \cos n\pi x \\
 du &= dx, & v &= \frac{\sin n\pi x}{n\pi}
 \end{aligned}$$

Maka,

$$\begin{aligned}
 f(x) &= \frac{12x^2 \cos n\pi x}{n\pi} - \frac{24x \sin n\pi x}{n^2 \pi^2} + \frac{24}{n^2 \pi^2} \int \sin n\pi x \, dx \\
 &\quad + 12 \int x \sin n\pi x \, dx \\
 f(x) &= \frac{12x^2 \cos n\pi x}{n\pi} - \frac{24x \sin n\pi x}{n^2 \pi^2} - \frac{24 \cos n\pi x}{n^3 \pi^3} \\
 &\quad + 12 \int x \sin n\pi x \, dx
 \end{aligned}$$

Dimisalkan kembali untuk $x \sin n\pi x$:

$$u = x, \quad dv = \sin n\pi x$$

$$du = dx, \quad v = -\frac{\cos n\pi x}{n\pi}$$

Maka menjadi,

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{12x^2 \cos n\pi x}{n\pi} - \frac{24x \sin n\pi x}{n^2\pi^2} - \frac{24 \cos n\pi x}{n^3\pi^3} \\ &= \left[\frac{12x^2 \cos n\pi x}{n\pi} - \frac{24x \sin n\pi x}{n^2\pi^2} + \frac{12}{n\pi} \int \cos n\pi x \, dx \right]_0^1 \\ &= \left[\frac{12x^2 \cos n\pi x}{n\pi} - \frac{24x \sin n\pi x}{n^2\pi^2} - \frac{24 \cos n\pi x}{n^3\pi^3} \right. \\ &\quad \left. - \frac{12x \cos n\pi x}{n\pi} + \frac{12 \sin n\pi x}{n^2\pi^2} \right]_0^1 \\ &= \left[\frac{12(n\pi((1-2x) \sin n\pi x + \pi(x-1)x \cos n\pi x) - 2 \cos n\pi x)}{n^3\pi^3} \right]_0^1 \\ &= \left[\frac{12((n^2\pi^2(x-1)x - 2) \cos n\pi x + n\pi(1-2x) \sin n\pi x)}{n^3\pi^3} \right]_0^1 \\ &= \left[\frac{12((-2) \cos n\pi + n\pi(-1) \sin n\pi)}{n^3\pi^3} \right. \\ &\quad \left. - \frac{12((-2) \cos 0 + n\pi \sin 0)}{n^3\pi^3} \right] \\ &= \left[\frac{12((-2) \cos n\pi - n\pi \sin n\pi)}{n^3\pi^3} - \frac{-24}{n^3\pi^3} \right] \\ &= \left[\frac{(-24)(\pm 1)}{n^3\pi^3} - \frac{-24}{n^3\pi^3} \right] \quad \begin{array}{l} + \rightarrow n = \text{genap} \\ - \rightarrow n = \text{ganjil} \end{array} \end{aligned}$$

Untuk $n = \text{genap}$

$$= \left[\frac{-24}{n^3\pi^3} - \frac{-24}{n^3\pi^3} \right] = 0$$

Untuk $n = \text{ganjil}$

$$= \left[\frac{24}{n^3\pi^3} - \frac{-24}{n^3\pi^3} \right] = \frac{48}{n^3\pi^3}$$

Maka,

$$C_n \sinh n\pi = \frac{48}{n^3 \pi^3}$$

$$C_n = \frac{48}{n^3 \pi^3 \sinh n\pi}$$

Maka setelah disubstitusikan ke persamaan awalnya akan menjadi seperti ini:

a. Potensial Listrik Sisi Atas

$$V(x, y) = \sum_{n=\text{ganjil}}^{\infty} \frac{48}{n^3 \pi^3 \sinh n\pi} \sin n\pi x \sinh n\pi y$$

$$V(x, y) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{48}{(2i-1)^3 \pi^3 \sinh(2i-1)\pi} \sin(2i-1)\pi x \sinh(2i-1)\pi y$$

b. Potensial Listrik Sisi Kanan

$$V(x, y) = \sum_{n=\text{ganjil}}^{\infty} \frac{48 \times 2}{n^3 \pi^3 \sinh n\pi} \sin n\pi y \sinh n\pi x$$

$$V(x, y) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{48 \times 2}{(2i-1)^3 \pi^3 \sinh(2i-1)\pi} \sin(2i-1)\pi y \sinh(2i-1)\pi x$$

c. Potensial Listrik Sisi Bawah

$$V(x, y) = \sum_{n=\text{ganjil}}^{\infty} \frac{48 \times 3}{n^3 \pi^3 \sinh n\pi} \sin n\pi x \sinh n\pi(1-y)$$

$$V(x, y) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{48 \times 3}{(2i-1)^3 \pi^3 \sinh(2i-1)\pi} \sin(2i-1)\pi x \sinh((2i-1)\pi(1-y))$$

d. Potensial Listrik Sisi Kiri

$$V(x, y) = \sum_{n=\text{ganjil}}^{\infty} \frac{48 \times 4}{n^3 \pi^3 \sinh n\pi} \sin n\pi y \sinh n\pi(1-x)$$

$$V(x, y) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{48 \times 4}{(2i-1)^3 \pi^3 \sinh(2i-1)\pi} \sin(2i-1)\pi y \sinh((2i-1)\pi(1-x))$$

4. Persamaan Potensial Listrik Fungsi Periodik

$V(x)$ pada sisi atas untuk potensial listrik fungsi kuadrat didefinisikan sebagai $(3/2)\pi \cos 3\pi x$. Pada perhitungan ini akan dimulai dari:

$$C_n \sinh n\pi = \int_{-1}^1 \left(\frac{3}{2}\pi \cos 3\pi x\right) \sin n\pi x \, dx$$

$$= \int_0^1 (3\pi \cos 3\pi x) \sin n\pi x \, dx$$

Nilai persamaan $(3\pi \cos 3\pi x) \sin n\pi x$ dapat dicari menggunakan eliminasi antara $\sin(a+b)$ dan $\sin(a-b)$ dengan $a = 3\pi x$ dan $b = n\pi x$:

$$\begin{aligned} \sin(a+b) - \sin(a-b) &= (\sin a \cos b + \cos a \sin b) \\ &\quad - (\sin a \cos b - \cos a \sin b) = 2 \cos a \sin b \end{aligned}$$

Sehingga nilai,

$$\cos 3\pi x \sin n\pi x = \frac{1}{2} [\sin(3+n)\pi x - \sin(3-n)\pi x]$$

Maka,

$$C_n \sinh n\pi = \frac{3}{2}\pi \left[\int_0^1 \sin(3+n)\pi x \, dx - \int_0^1 \sin(3-n)\pi x \, dx \right]$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{3}{2} \pi \left\{ \left[-\frac{\cos(3+n)\pi x}{(3+n)\pi} \right]_0^1 + \left[\frac{\cos(3-n)\pi x}{(3-n)\pi} \right]_0^1 \right\} \\
&= \frac{3}{2} \pi \left[\frac{\cos(3+n)\pi - \cos 0}{(3-n)\pi} - \frac{\cos(3+n)\pi - \cos 0}{(3+n)\pi} \right]
\end{aligned}$$

Maka,

Untuk $n = \text{ganjil}$

$$C_n \sinh n\pi = 0$$

Untuk $n = \text{genap}$

$$\begin{aligned}
C_n \sinh n\pi &= \frac{3}{2} \left[\frac{-2}{(3-n)\pi} - \frac{-2}{(3+n)\pi} \right] \\
&= 3 \left[\frac{1}{(3+n)\pi} - \frac{1}{(3-n)\pi} \right] \\
&= 3 \left[\frac{(3-n)\pi - (3+n)\pi}{(3+n)(3-n)\pi^2} \right] \\
&= 3 \left[\frac{-2n\pi}{(9-n^2)\pi^2} \right] \\
&= \frac{-6n}{(9-n^2)\pi}
\end{aligned}$$

$$C_n = \frac{-6n}{(9-n^2)\pi \sinh n\pi}$$

Maka setelah disubstitusikan ke persamaan awalnya akan menjadi seperti ini:

a. Potensial Listrik Sisi Atas

$$\begin{aligned}
V(x, y) &= \sum_{n=\text{genap}}^{\infty} \frac{-6n}{(9-n^2)\pi \sinh n\pi} \sin n\pi x \sinh n\pi y \\
V(x, y) &= \sum_{i=0}^{\infty} \frac{-12i}{(9-(2i)^2)\pi \sinh 2i\pi} \sin 2i\pi x \sinh 2i\pi y
\end{aligned}$$

b. Potensial Listrik Sisi Kanan

$$V(x, y) = \sum_{n=\text{ganap}}^{\infty} \frac{-6n \times 2}{(9 - n^2)\pi \sinh n\pi} \sin n\pi y \sinh n\pi x$$

$$V(x, y) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{-12i \times 2}{(9 - (2i)^2)\pi \sinh 2i\pi} \sin 2i\pi y \sinh 2i\pi x$$

c. Potensial Listrik Sisi Bawah

$$V(x, y) = \sum_{n=\text{ganap}}^{\infty} \frac{-6n \times 3}{(9 - n^2)\pi \sinh n\pi} \sin n\pi x \sinh n\pi(1 - y)$$

$$V(x, y) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{-12i \times 3}{(9 - (2i)^2)\pi \sinh 2i\pi} \sin 2i\pi x \sinh 2i\pi(1 - y)$$

d. Potensial Listrik Sisi Kiri

$$V(x, y) = \sum_{n=\text{ganap}}^{\infty} \frac{-6n \times 4}{(9 - n^2)\pi \sinh n\pi} \sin n\pi y \sinh n\pi(1 - x)$$

$$V(x, y) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{-12i \times 4}{(9 - (2i)^2)\pi \sinh 2i\pi} \sin 2i\pi y \sinh 2i\pi(1 - x)$$

BIODATA PENULIS



A. Nashiruddin Albany lahir di kabupaten Ponorogo pada tanggal 4 Juli 1988 merupakan anak pertama dari dua bersaudara. Penulis pernah menuntut ilmu di Pondok Pesantren Wali Songo Ngabar Ponorogo dan menyelesaikan pendidikan dasar dan menengah di pondok tersebut, tepatnya di MI. Mambaul Huda lulus pada tahun 2001, kemudian MTs. Wali Songo Putra lulus pada tahun 2004, dan kemudian MA. Wali Songo Putra lulus pada tahun 2007.

Setelah lulus dari pendidikan menengah, berkat Program Beasiswa Santri Berprestasi (PBSB) dari Kementerian Agama Republik Indonesia, penulis dapat meneruskan ke pendidikan tinggi di Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya. Selama satu tahun (2007-2008) penulis mengikuti kegiatan matrikulasi sebelum memulai masa perkuliahan di kampus ini. Baru pada tahun 2008 penulis resmi diterima di Jurusan Fisika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan NRP 1108100701.

Di Jurusan Fisika penulis mengambil Bidang Minat Optoelektronika. Penulis pernah mengikuti beberapa seminar atau pelatihan yang diselenggarakan oleh Jurusan Fisika. Penulis juga pernah aktif di beberapa organisasi baik organisasi di dalam kampus atau di luar kampus.

Penulis dapat dihubungi melalui alamat surel (*email*) anas@anashir.com.

